Euclides

Orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Vakblad voor de wiskundeleraar

816
357
492

jaargang 69 1993 | 1994 oktober

● Euclides ● ● ● ●

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 9 maal per cursusjaar.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Voorzitter Dr. J. van Lint, Spiekerbrink 25, 8034 RA Zwolle, tel. 038-53 99 85.
Secretaris Drs. J. W. Maassen, Traviatastraat 132, 2555 VJ Den Haag.
Ledenadministratie F. F. J. Gaillard, Jorisstraat 43, 4834 VC Breda, tel. 076-65 32 18; fax 076-65 32 18.
Giro: 143917 t.n.v. Ned. Ver. v. Wiskundeleraren te Amsterdam.

De contributie bedraagt *f* 60,00 per verenigingsjaar; studentleden en Belgische leden die ook lid zijn van de V.V.W.L. *f* 42,50; contributie zonder Euclides *f* 35,00.
Adreswijziging en opgave van nieuwe leden (met vermelding van evt. gironummer) aan de ledenadministratie. Opzeggingen vóór 1 juli.

Advertenties

Advertenties zenden aan:
ACQUI' MEDIA, Postbus 2776, 6030 AB Nederweert.
Tel. 04951-2 65 95. Fax. 04951-2 60 95.

Artikelen/mededelingen

Artikelen en mededelingen worden in drievoud ingewacht bij drs. M. C. van Hoorn, Noordersingel 12, 9901 BP Appingedam. Zij dienen machinaal geschreven te zijn en bij voorkeur te voldoen aan:

- ruime marge
- regelafstand van 1,5
- maximaal 47 aanslagen per regel
- eenzijdig beschreven papier
- met de tekst bijgeleverd op diskette (3,5 of 5,25 inch) in WP 5.1, of eventueel in ASCII-files

en liefst voorzien te zijn van (genummerde) illustraties

- die gescheiden zijn van de tekst
- aangeleverd in zo origineel mogelijke vorm
- waar nodig voorzien van bijschriften

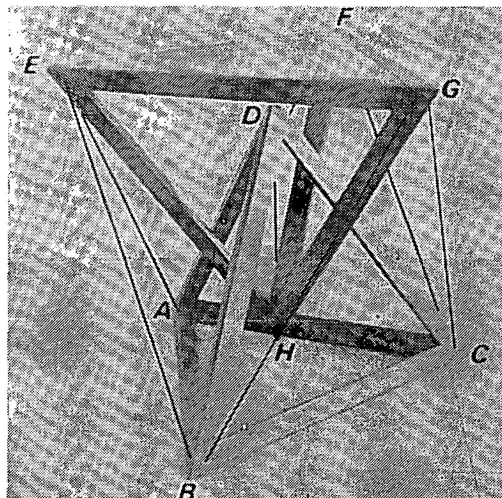
De ruimte die een artikel of mededeling bij plaatsing in beslag neemt kan worden bepaald door uit te gaan van 48 tekstregels per kolom bij een kolomhoogte van 20 cm; aan de hand hiervan kan ook het ruimtebeslag van illustraties worden bepaald.
De auteur van een geplaatst artikel ontvangt kosteloos 2 exemplaren van het nummer waarin het artikel is opgenomen.

Abonnementen niet-leden

Abonnementsprijs voor niet-leden *f* 66,00. Een collectief abonnement (6 ex. of meer) kost per abonnement *f* 43,00.
Niet-leden kunnen zich abonneren bij:
Wolters-Noordhoff bv, afd. Verkoopadministratie, Postbus 567, 9700 AN Groningen, tel. 050-22 68 86.
Giro: 1308949.
Abonnees wordt dringend verzocht te wachten met betalen tot zij een acceptgirokaart hebben ontvangen.
Abonnementen gelden telkens vanaf het eerstvolgend nummer. Reeds verschenen nummers zijn op aanvraag leverbaar na vooruitbetaling van het verschuldigde bedrag.
Annuleringen dienen minstens één maand voor het einde van de jaargang te worden doorgegeven.
Losse nummers *f* 11,50 (alleen verkrijgbaar na vooruitbetaling).

ISSN 01.65-0394

Inhoud



Cable-Table

Eindexamens vwo en havo, eerste tijdvak 1993

H. N. Schuring, C. Lagerwaard, J. W. Maassen

Inleiding

In dit artikel vindt men enige gegevens betreffende deze examens.
Eerst komen de resultaten aan de orde aan de hand van de steekproefgegevens die het Cito verzameld heeft (H.N.Schuring en drs.C.Lagerwaard), met daarbij de vaststelling van de cesuur door de CEVO met behulp van deze steekproefgegevens en de meningen van de docenten. Deze meningen vindt men tenslotte in een verslag van de regionale besprekingen van deze examens, georganiseerd door de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren (drs. J.W.Maassen).

De resultaten van de examens

Het geven van een overzicht van de resultaten van deze examens is slechts mogelijk dankzij de medewerking van de betrokken docenten die de gegevens van vijf kandidaten van hun school tijdig hebben opgestuurd.

Enige algemene gegevens van de examens.

	vwo-A	vwo-B	havo-A	havo-B
aantal kandidaten	24100	18300	26100	16000
gemiddelde score	57	56	61	56
standaarddeviatie	17	15	15	15
betrouwbaarheid	80	78	77	77
cesuur	50/51	54/55	54/55	51/52
percentage onvoldoenden	38	48	33	40
gemiddeld cijfer	6,1	5,6	6,1	5,9

p'- waarde van de afzonderlijke vragen van de examens.

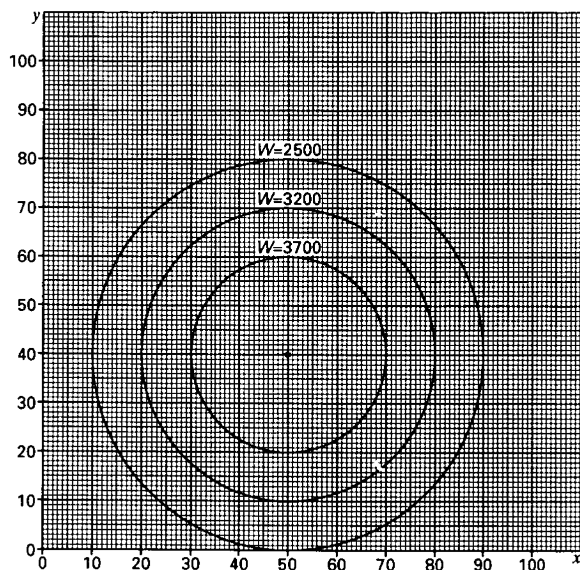
vraag	vwo-A	vwo-B	havo-A	havo-B
1	55	79	96	67
2	30	69	69	29
3	80	74	67	21
4	69	39	56	94
5	49	81	48	89
6	92	66	63	63
7	47	35	64	41
8	42	30	24	62
9	36	76	44	57
10	33	27	23	67
11	82	60	67	12
12	46	27	35	29
13	49	47	84	57
14	91	15	54	58
15	34	—	77	48
16	53	—	62	62
17	59	—	58	10
18	41	—	40	—

n.b. De p'-waarde van een vraag is de gemiddelde score, uitgedrukt in procenten van de maximum score van die vraag.

Vwo wiskunde A

Naar het oordeel van veel docenten is dit examen moeilijker dan dat van vorig jaar, terwijl de overdekking van de leerstof gering is. Bovendien vond men het werk teveel voor 3 uur.
Opgave 1, *Roken en ziekteverzuim*, heeft onverwacht veel problemen gegeven: als antwoord op vraag 1 was de scheve tekening volgens velen de belangrijkste oorzaak van de misleiding en de beantwoording van vraag 2, over lineaire of exponentiële afname, was erg tijdrovend. De p'-waarde van vraag 2 is de laagste van het gehele examen, terwijl

54% van de kandidaten op deze vraag 0 punten behaald heeft.
In opgave 2, *Wijnhandel*, zijn originele aspecten mede doordat de isowinstlijnen cirkels zijn.

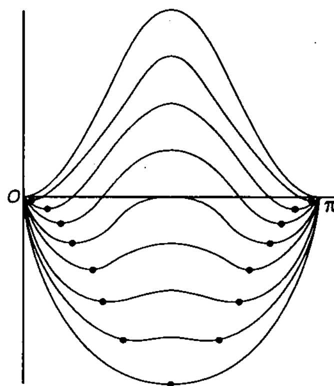


Isowinstlijnen

In de laatste vraag van opgave 3, *Zwangerschap*, werd gebruik gemaakt van regressie. 28% van de kandidaten heeft deze vraag foutloos opgelost, terwijl 33% hier niet op scoorde.
In opgave 4, *Zure regen*, heeft vraag 15, een berekening van de extra kosten om aan de norm van lagere uitstoot van zwaveldioxide te voldoen,. de laagste p′-waarde, terwijl 48 % van de kandidaten hierop niet scoorde.
Omdat dit examen nogal veel tijd vergde om alle vragen goed te beantwoorden, heeft de CEVO de cesuur op 50/51 vastgesteld.
60% van de vwo-kandidaten heeft wiskunde A gekozen, van wie 17% ook wiskunde B in het pakket heeft. De gemiddelde score van deze groep was voor het wiskunde A-examen 67. De kandidaten die geen wiskunde B en geen natuurkunde in hun pakket hebben gekozen, hebben een gemiddelde score van 51.
De constructeurs van dit examen hebben een gemiddelde score van 61,5 voorspeld, terwijl de werkelijke gemiddelde score 56,6 is.

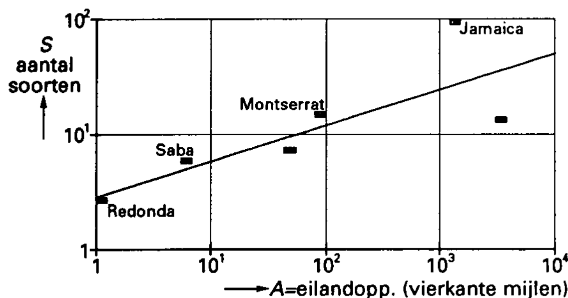
Vwo wiskunde B

46% van alle vwo-kandidaten heeft het wiskunde B-examen afgelegd; vorig jaar was dit percentage 47.
Dit examen werd door veel docenten als niet te moeilijk en niet te origineel gekenschetst. Toch vallen de resultaten tegen. Dit kan mede veroorzaakt zijn doordat het examen laat in het rooster werd afgenomen en bovendien op een middag. Opvallend is de nogal lage score van opgave 1, vraag 4, een oppervlakte-berekening; 46% van de kandidaten scoorde hierop niet meer dan 1 punt. Op de differentiaalvergelijking van opgave 2 is ook niet zo goed gescoord. De oplossing, door scheiding van variabelen, was niet onverwacht. Het onderzoek welk deel van K een oplossingskromme van D is, heeft enige originele aspecten, 43% van de kandidaten scoorde hier niet op.
In vraag 10, de laatste analyse-vraag, moest een parameter geëlimineerd worden bij goniometrische functies. Een lage p′-waarde was dan ook te verwachten. 38% van de kandidaten scoorde 0 punten op deze vraag.
We zullen nooit weten of de magere resultaten in opgave 4 veroorzaakt zijn doordat deze opgave de laatste was in het examen of dat de vragen 12, 13 en 14 zo moeilijk waren. De oplossing van deze ruimtemeetkunde-vragen met behulp van vectoren was niet direct voor de hand liggend.
De CEVO zag in de nogal magere resultaten geen aanleiding de cesuur te verlagen en heeft deze dan ook vastgesteld op 54/55.
De geschatte gemiddelde score was 58, weinig hoger dan de werkelijke gemiddelde score van 56.



Havo wiskunde A

In 1992 werd op het eerste landelijke havo wiskunde A-examen een gemiddelde score van 68 punten behaald. Slechts 11% van de kandidaten behaalde een onvoldoende. Een aangenaam hoge score die past bij een voorzichtige start.
Het examen van dit jaar leidde tot resultaten die vergeleken met andere wiskunde-examens wel behoorlijk zijn, maar flink achterbleven bij dat eerste jaar: een gemiddeld cijfer 6,1 en 33% onvoldoenden. Waarschijnlijk was de moeilijkheidsgraad (het 'niveau') van dit examen wat hoger, terwijl ook wat meer leerlingen wiskunde A hebben gekozen.
Vergeleken met de oude situatie met het examenvak wiskunde zijn er aanzienlijk minder havo-leerlingen zonder wiskunde in het pakket: van alle examenkandidaten havo deed 2% zowel wiskunde A als wiskunde B, 50% wiskunde A, 30% wiskunde B, zodat 18% geen wiskunde in het pakket had. Ter vergelijking: op het vwo is het percentage kandidaten zonder wiskunde 10.
Laten we het examen en de scores eens wat nader bekijken.
De eerste opgave, *Water*, werd goed gemaakt. De moeilijkste vraag, vraag 3, had nog een p'-waarde van 67.
In opgave 2, *Selecteren in het onderwijs*, viel de score op vraag 5, normale verdeling, wat tegen (48%). Het tekenen van de boom in vraag 6 ging redelijk (p' = 63). Vraag 8, een kansrekenprobleem, bleek erg moeilijk: de p'-waarde was 24 en 47% van de leerlingen scoorde geen enkel punt.

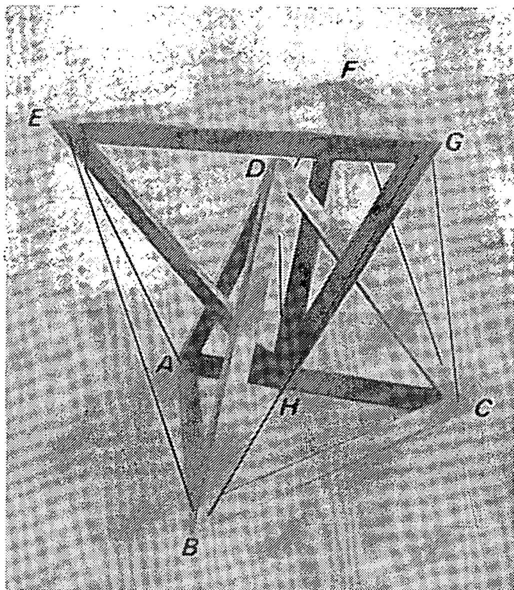


Logaritmische schalen

Opgave 3, *Diersoorten*, was een lastig vraagstuk. De logaritmische schaalverdeling leidde tot een matige score op vraag 9 (p' = 44), terwijl de strenge norm bij vraag 10 82% van de leerlingen slechts 1 punt opleverde.
Opgave 4, *Ruilverkaveling*, had een moeilijke kansrekenvraag aan het begin (p' = 35). Vraag 13 werd uitstekend gemaakt, maar veel kandidaten hadden moeite met een goede aanpak van vraag 14 (32% had hier score 0).
In de laatste opgave, Waterverbruik in de V.S., werden de eerste drie vragen redelijk goed gemaakt. Het vinden van de benodigde gegevens in grafieken en daarmee rekenen en tekenen, zorgde voor een gemiddelde score van 64%. De extrapolatie in vraag 18 leverde veel meer problemen op: slechts 18% deed dit foutloos en de gemiddelde score was slechts 40%.
De CEVO zag geen reden om van de voorlopige cesuur 54/55 af te wijken.

Havo wiskunde B

32% (vorig jaar 27%) van alle havo-kandidaten hebben aan dit examen deelgenomen. 2% hiervan hebben ook examen afgelegd in wiskunde A.
Dit jaar is het tweede jaar dat het examen havo wiskunde B landelijk afgenomen is.
Naar het oordeel van vele docenten was dit examen leuk, maar wel pittig en misschien iets te omvangrijk. Omdat dit een betrekkelijk nieuw vak is, heeft de CEVO besloten de cesuur te verlagen tot 51/52. Hierdoor wordt het percentage onvoldoenden 39,6 en het gemiddeld cijfer 5,9; net iets beter dan vorig jaar.
De vragen 2 en 3 van opgave 1 zijn slecht gemaakt. Zelfs elementaire goniometrie wordt moeilijk gevonden. Een sinusoïde vergelijken met een parabool heeft 63% van de kandidaten geen enkel punt opgeleverd.
Opgave 2, de Cable-Table, is niet slecht gemaakt. Zoals te verwachten was is vraag 7, de lengteberekening van de kabel *DH*, in deze opgave de vraag met de laagste score.
In opgave 3 over het kunstwerk op een drinkwaterreservoir bleken de vragen 11 en 12 het moeilijkst te zijn. In vraag 11 moesten de kandidaten aantonen



Cable-Table

dat alle punten op een boog op 85 m van een vast punt af liggen. 87% van de kandidaten wist hier geen raad mee. In vraag 12 moest worden aangetoond dat de hellingshoek aan de voet van de bogen inderdaad 28° is. 57% van de kandidaten scoorde niet op deze vraag.
Opgave 4 over een produktgrafiek van een parabool en rechte lijn, heeft originele aspecten. Behalve vraag 17 is de score op deze opgave ongeveer zoals verwacht kon worden. 73% van de kandidaten heeft nul punten gescoord op vraag 17, waarin de parameter *a* geëlimineerd moest worden.
De samenstellers van deze opgaven hebben vorig jaar een gemiddelde score voorspeld van 60, terwijl nu de gemiddelde score 56 is. De voorspelling is dus iets te hoog.

Regionale besprekingen wiskunde vwo en havo 1993

Traditiegetrouw organiseerde de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren ook in 1993 regionale besprekingen voor het examen wiskunde.
Voor wiskunde A en B havo en voor wiskunde A vwo gebeurde dit op 9 plaatsen, voor wiskunde B vwo op 8 plaatsen.

Bijna 250 docenten bezochten de besprekingen voor wiskunde A vwo en bijna 170 de besprekingen voor wiskunde B vwo, de bijeenkomsten voor wiskunde havo trokken beide ongeveer 200 docenten. Evenals vorige jaren werden op de bijeenkomsten aan het begin enige vragen over het examen gesteld. Dit leidde tot de volgende resultaten.

	vwo-A	vwo-B	havo-A	havo-B
in vergelijking tot vorig jaar is het niveau van het CSE 1993				
lager	7%	3%	10%	7%
gelijk	32%	76%	54%	65%
hoger	61%	21%	36%	28%
de spreiding over de stof is				
slecht	95%	2%	19%	50%
voldoende	5%	68%	68%	45%
goed	0%	30%	13%	5%
het aantal routinevragen is				
te klein	83%	10%	23%	74%
goed	16%	89%	69%	25%
te groot	1%	1%	8%	1%
het aantal originele opgaven is				
te klein	0%	4%	1%	1%
goed	54%	84%	94%	60%
te groot	46%	12%	5%	39%
het correctievoorschrift is				
te gedetailleerd	16%	1%	2%	3%
goed	74%	74%	77%	80%
te weinig gedet.	10%	15%	21%	17%
de poging om de opgaven naar opklimmende moeilijkheidsgraad te rangschikken is				
niet gelukt	91%	8%	43%	50%
redelijk gelukt	9%	36%	46%	43%
goed gelukt	0%	56%	11%	7%
de leesbaarheid van de vraagstukken is in het algemeen				
slecht	64%	0%	7%	2%
voldoende	33%	21%	74%	68%
goed	3%	79%	19%	30%
de omvang van het CSE 1993 was				
te gering	0%	0%	0%	0%
goed	22%	53%	98%	68%
te veel	78%	47%	2%	32%

De percentages zijn berekend over het aantal aanwezigen dat een keuze deed.
Sommigen hebben in de reeks 'slecht, voldoende, goed' voldoende gekozen terwijl ze slechts matig bedoelden.
Het correctievoorschrift vonden sommigen slecht, terwijl anderen meer alternatieven op prijs hadden gesteld.

●

Van bijna alle bijeenkomsten zijn verslagen gemaakt waarvan een kopie aan de CEVO is gezonden met het verzoek de gemaakte opmerkingen te gebruiken bij het opstellen van de examens voor de volgende jaren.
In dit artikel worden slechts de belangrijkste punten uit de verslagen samengevat.

Vwo wiskunde A

Uit de verslagen blijkt dat men in het algemeen niet erg over het examen te spreken was.
Men sprak over veel leeswerk, te grote omvang, te slechte spreiding over de examenstof en te geringe toetsing van wiskundige vaardigheden.
De docenten die het niveau lager vonden dan vorige jaren (7%) zeiden dit op basis van 'wiskundig niveau'.
Men constateerde algemeen een doorbreking van een trend en vroeg zich af waar de examens naar toe gaan en hoe de leerlingen hierop voor te bereiden zijn.
Door de zwaarte en de omvang van de eerste drie opgaven hebben veel leerlingen onnodig veel punten verloren bij de laatste opgave.
Veel opmerkingen werden gemaakt over het weer geen aandacht besteden aan de continuïteitscorrectie. Men vraagt òf de continuïteitscorrectie uit het programma te schrappen òf de continuteitscorrectie in het programma te behouden en dan ook op het examen te beoordelen. Hiernaast vraagt men een duidelijke uitspraak van de vereniging wanneer de continuïteitscorrectie wel en wanneer deze niet vereist is.
Ook wil men meer duidelijkheid over de noodzaak van een tekenoverzicht van de afgeleide bij het bepalen van een extreem en vraagt men om steeds in de opgave te vermelden in hoeveel decimalen een antwoord gegeven moet worden.
Veel kritiek is er over opgave 1 door de niet vertrouwde stof en vragen als 'geef de belangrijkste oorzaak van deze misleiding'. Velen vonden de scheef getekende 'horizontale as' een wiskundig correct antwoord en waren van plan dit op grond van scoringsregel 5 goed te rekenen.

Bij opgave 2 merkte men op dat er geen duidelijkheid was over niet verkochte flessen. Deze zijn wel betaald en zijn dus van invloed op de winst. Ook kwam niet duidelijk uit dat de veronderstellingen betreffende Haarlem niet in Alkmaar van toepassing zijn.

Ten slotte constateerde men dat in de normen punten worden toegekend voor zaken die niet in de opgave gevraagd worden (bij voorbeeld in vraag 9 en vraag 16, waar niet gegeven is dat de grafiek voor $0 \leqslant p \leqslant 100$ getekend moet worden).

Vwo wiskunde B

Ofschoon men niet ontevreden was over het examen, werd toch gemeend dat het vrij moeilijk en vooral veel was. Het grootste probleem had men echter met het tijdstip van het examen. Door wiskunde B aan het einde van de examenperiode op een middag te plaatsen, mag men verwachten dat de resultaten tegenvallen.

Over het meetkundevraagstuk wordt opgemerkt dat dit te weinig lijkt op vraagstukken uit de boeken. Sommigen vragen zich af of het gewoonte gaat worden dat ruimtemeetkunde 27 van de 90 punten, dus veel meer dan 25%, gaat opleveren. Ook vragen sommigen zich af of vectormeetkunde nog tot de examenstof behoort.
Een goed onderzoek naar asymptoten is volgens sommigen tijdrovender dan één punt doet vermoeden. Men verzoekt (wederom) om een normering waarbij ook niet aanwezige asymptoten, waarnaar wel onderzoek is gedaan, in de normering worden opgenomen. Vraag 3 had men graag als twee vragen gezien.

Tijdens de regionale bijeenkomsten is ook geïnformeerd naar het aantal wekelijkse lesuren dat de aanwezigen in klas vijf en zes hadden.

De enquête leverde de volgende gegevens:

aantal lesuren in klas 5 en 6	6	7	8	9	10
aantal docenten	5	2	103	7	2

Havo wiskunde A

In sommige groepen werd expliciet opgemerkt dat het examen een aantal zeer aardige opgaven bevatte die de intenties en de mogelijkheden van wiskunde A voor het havo goed weergaven. Toch werd ook enige malen gezegd – met het oog op de vervolgopleidingen – dat het niveau nog verder omhoog mag. Meer 'wiskunde' (opstellen van formules b.v.) had er wel in gemogen. In verband hiermee wordt gevraagd de plaatsing van de binomiale verdeling op het eindexamenprogramma niet uit te stellen.
Algemeen bestaat de wens duidelijker afspraken te maken over nauwkeurigheid bij opmeten en bij beantwoording van de vragen. In een van de regionale bijeenkomsten komt de wens naar voren om op een studiedag aandacht te besteden aan afronden en tekenen van grafieken. Men heeft hier behoefte aan duidelijkheid. Ook wordt naar uitleg in Euclides gevraagd over de betekenis van witregels binnen een opgave.
De belangrijkste opmerkingen per vraagstuk waren:
Opgave 2: Volgens sommigen behoort de cumulatieve frequentie niet tot de examenstof. Het begrip 25% werd in deze opgave als moeilijk beoordeeld omdat het aantal leerlingen onder een zekere score altijd meer of minder dan 25% was. Problemen waren er ook over de formulering van vraag 7. Nogal wat leerlingen hadden de vraag opgevat als 'vier jaar na het eerste jaar'.
Opgave 3: Deze opgave werd als de moeilijkste aangemerkt. Dit betekent niet dat zij daarom als laatste opgave had moeten worden opgenomen. Sommigen vroegen zich af of vraag 9 wel binnen de examenstof viel. Dubbellogaritmisch papier wordt niet in alle boeken behandeld. Er waren bezwaren tegen de normering van vraag 10 omdat leerlingen hier punten verloren doordat ze niet op de aangegeven manier werkten. Men vond de normering hier teveel wiskunde B in plaats van wiskunde A.
Opgave 4: In sommige boeken wordt een vuistregel gegeven voor het benaderen van een hypergeometrische kans door een binomiale kans. Deze vuistregel was hier van toepassing, maar leerlingen die hem gebruikten werden afgestraft met een korting van 3 punten.

Havo wiskunde B

Men miste een 'standaard'opgave, waarbij leerlingen hun wiskundige technieken konden etaleren. Velen vinden dat de meetkunde een te prominente plaats inneemt. Wiskunde B is speciaal gericht op mensen die naar het hbo gaan en daar een technische richting kiezen. Uit contacten met het hbo blijkt dat een goede analyse-kennis nodig is en meetkunde veel minder aan de orde komt.
Veel docenten zijn geschrokken van de hoge mate van inzicht die de examenopgaven veronderstellen. Dwarsverbanden worden wel leuk gevonden, maar zijn voor leerlingen toch obstakels door het vele omschakelen. Men heeft grote moeite door de stof heen te komen en vraagt daarom nog een enkel onderdeel uit het examenprogramma te schrappen en de zogenaamde 'ijskastonderwerpen' in de ijskast te laten.
Men vraagt zich af of wel de juiste leerlingen wiskunde B volgen en meent dat deze leerlingen reeds op het vwo zitten.
Slechts zeer weinig leerlingen waren aan vraag 17 toegekomen.
Voor een goede beantwoording van de vragen is de kwaliteit van de foto's slecht.
Opgave 1 werd voor een eerste vraag niet geschikt geacht, waarbij goniometrie en de parabool te veel van het goede werd gevonden.
Men meent dat vele verklaringen moeilijk te geven zijn.
Onderdeel 17 vond men te ver gaan. Het doorrekenen met parameters komt in enkele methodes absoluut niet aan de orde.
Er is een algemeen verlangen naar duidelijkheid, onder andere over afrondingen. Gevraagd wordt om nog eens de afspraken te publiceren over afronden, omdat hierover nog veel onduidelijkheid is.
De laatste examendag wordt voor één van de moeilijkste vakken zeer ongelukkig gevonden.

Algemeen

Uit de verslagen volgt dat velen de examenbesprekingen en de gedachtenwisseling daarna als zeer zinvol ervaren en besprekingen als deze zeer zeker moeten blijven. Men was echter niet altijd even gelukkig met de data van de bijeenkomsten.

Gesprekken met examenmakers hebben de volgende antwoorden opgeleverd op vragen gesteld op de regionale bijeenkomsten.

Nauwkeurigheid en afronding.
In het huidige programma wiskunde voor havo en vwo komt geen foutenbeschouwing voor. Hiermee wordt met het opstellen en normeren van vraagstukken rekening gehouden.
In sommige gevallen zal in de opgave het vereiste aantal decimalen worden vermeld, in andere gevallen wordt van de leerling verwacht dat hij de nauwkeurigheid uit de context kan opmaken. Fouten hierin zullen in het algemeen puntenverlies opleveren. Het moet de leerling duidelijk zijn als een antwoord in c decimalen wordt gevraagd, de tussenberekeningen meer decimalen moeten omvatten.
Op 2 decimalen nauwkeurig wil zeggen: 2 cijfers achter de komma.
Afronden op centimeters wil zeggen: het antwoord moet in gehele centimeters zijn.

Toon aan.
De opdracht 'toon aan' vraagt een sluitende redenering, een berekening of een bewijs; een getallenvoorbeeld levert in het algemeen geen punten op.
Een gegeven plaatje is informatie die de leerling mag gebruiken.
Als hij zelf een plaatje maakt en hieruit conclusies trekt, is dit toegestaan als het plaatje op verantwoorde wijze is gevonden.

Bereken.
De opdracht 'bereken' vereist dat de berekening zelf ook wordt opgeschreven, eindigend met een exact antwoord. Bij vraagstukken uit de toegepaste wiskunde is een afronding vaak passabel en op grond van de context soms zelfs zinvoller.

Normen.
Correctievoorschriften zijn er om een gedachtengang te beoordelen, maar niet om een kandidaat die bij toeval nog iets opschrijft dat in het correctievoorschrift voorkomt aan punten te helpen.

Tekenschema.
In principe is voor het bepalen van de aard van een extreme waarde van een functie een motivatie, bijvoorbeeld een tekenschema, nodig. In de praktijk zijn er situaties denkbaar, bijvoorbeeld een gegeven grafiek, waardoor het verloop zo duidelijk is dat een tekenschema niet vereist is, maar een motivatie wel.

Statistiek.
Criteria bij de toepassing van de continuïteitscorrectie zijn moeilijk te geven. In beginsel is een continuïteitscorrectie vereist bij een benadering van een discrete verdeling met een normale verdeling. In sommige gevallen is volgens vakstatistici een correctie niet nodig omdat hij geen verschil voor de conclusie oplevert. In deze gevallen worden geen punten afgetrokken als deze correctie niet is toegepast.
De overstap van een binomiale naar een normale verdeling gaat ten koste van de nauwkeurigheid. Deze overstap moet achterwege gelaten worden indien er tabellen voor deze binomiale verdeling beschikbaar zijn. Soms is een enkelvoudige binomiale kans eenvoudig gewoon te berekenen (zoals bijvoorbeeld $P(X = 1 \wedge n = 7 \wedge p = 0{,}18)$). Ook dan is de overstap op de normale verdeling ongewenst.



Neushoornleguaan (Haïti)



Toine van de Bogaart

▶ 'Leren we in Nederland niet van eerder gemaakte fouten?'

Toine van de Bogaart, 41 jaar, is sinds 6 jaar rector van de oecumenische scholengemeenschap Het Baken te Almere. Begon in het onderwijs als wiskundeleraar. Op Het Baken geeft de directie ruim les, zodat hij het contact met de dagelijkse lespraktijk niet (helemaal) verloren heeft.
Het Baken is een brede scholengemeenschap met ibo, vbo, mavo, havo, atheneum en gymnasium. De leerlingen zitten de eerste twee leerjaren in vaste heterogene groepen; dit geldt niet voor de ibo-leerlingen (voor hen bestaat de mogelijkheid in een aparte ibo-klas plaats te nemen). In de onderbouw wordt in principe gewerkt via differentiatie in klasseverband (met uitzondering van de lessen Frans en Latijn).

Voor Het Baken verandert er met de invoering van de basisvorming niet zoveel; leerstofinhoudelijk hebben we altijd al de ontwikkelingen gevolgd.

Is er een wiskundewerklokaal, en zo ja, hoe wordt het gebruik daarvan georganiseerd?
De wiskundesectie bezet een eigen vleugel in het gebouw. De theorielokalen daar hebben de gebruikelijke aankleding, met bijvoorbeeld modellen en affiches. Daarnaast heeft de school twee informaticalokalen. We zijn bezig om informatica te integreren in de vakken wiskunde, techniek en Nederlands.

Hoeveel uren wiskunde zijn er in de eerste fase?
De school heeft lessen van 45 minuten. De eerste en de tweede klas hebben elk vier wekelijkse lessen wiskunde (in de eerste klas is één van deze lessen bestemd voor de informatica). C- en D-leerlingen hebben in de derde en de vierde klas vijf lessen, A- en B-leerlingen hebben dan twee lessen, en havo-/vwo-3-leerlingen hebben drie lessen wiskunde.

Heeft de school een speciaal beleid ten aanzien van taalproblemen van allochtone leerlingen?
Onder andere alle cumi-eenheden worden gebruikt voor extra lessen Nederlands. De school heeft speciale cumi-docenten, die geen andere lessen geven, waardoor de continuïteit optimaal gewaarborgd is. In de cumi-lessen wordt veel aandacht besteed aan de rol van taal bij andere vakken dan Nederlands, dus ook bij wiskunde.

Wat vind je van het huidige onderwijsbeleid?
Versterking van het beroepsonderwijs en invoering van de basisvorming verdragen elkaar niet; de wetgeving is inconsistent. Je kunt vbo-leerlingen niet in vier jaar de basisvorming aanbieden, en tegelijk een gedegen ('harde') beroepsopleiding. Dit zal spoedig leiden tot speciale basisvorming voor het vbo. Leren we in Nederland niet van eerder gemaakte fouten?

Martinus van Hoorn

● Oproep ● ● ● ● ●

▶ Verbetering van het wiskundige klimaat in het Nederlandse onderwijs

Motivatie

In toenemende mate groeit het besef dat er in het Nederlandse onderwijs een voor de wiskunde ongunstig klimaat heerst. De signalen worden niet alleen frequenter, maar ook kritischer (bijvoorbeeld op het symposium over het wiskunde B-onderwijs tijdens het Mathematisch Congres in april j.l.).

Naast de symptomen genoemd in het verslag van bovenbedoeld symposium* kan nog gesteld worden dat er weinig belangstelling is voor de Wiskunde Olympiade en voor het tijdschrift Pythagoras.

Naar aanleiding van het symposium en de eerste reactie van deelnemers (onder wie een aantal eersteklas wiskundigen) hebben ondergetekenden besloten een actie te starten om zoveel mogelijk belanghebbenden te mobiliseren. Wij denken hierbij aan wiskundigen, universitaire docenten en studenten, leraren en leerlingen, de media en officiële instellingen. Als activiteiten denken wij bijvoorbeeld aan het doen uitgeven van boeken in het Nederlands die wiskunde op goed niveau populariseren of aan het bevorderen van wiskunde op de televisie.

Hieronder geven wij een lijst van mogelijke activiteiten gericht op de groep van 12- tot 16-jarige leerlingen. Hoewel het gaat over activiteiten buiten de schooltijd, zijn wij ervan overtuigd dat deze een positief effect zullen hebben op de houding van de leerlingen tegenover het verplichte wiskundeprogramma. Bovendien geven ze aan de meer geïnteresseerde of getalenteerde leerlingen de mogelijkheid zich buiten de grenzen van het schoolcurriculum te begeven.

Activiteiten

1. *Wiskundeclubs en -kampen.* Getalenteerde of geïnteresseerde leerlingen hebben nauwelijks mogelijkheden om verder te kijken dan de verplichte schoolwiskunde. Als remedie denken wij aan de volgende activiteiten.
– Het organiseren van wiskundeclubs voor leerlingen van verschillende leeftijden op een bepaalde school of in een bepaalde stad of streek.
– Het organiseren van incidentele lessen op school die de aandacht kunnen vestigen op de schoonheid en de speelsheid van de wiskunde.
– Het organiseren van landelijke kampweken voor geïnteresseerde leerlingen.

2. *Wedstrijden.* Jaarlijks kunnen er landelijke en regionale wedstrijden georganiseerd worden voor verschillende leeftijdsgroepen. Daarbij denken we niet alleen aan bijzonder begaafde leerlingen. Deze wedstrijden kunnen gezien worden als een gelegenheid om de vaardigheden van de leerlingen bij het oplossen van problemen uit te testen, een activiteit net zo leuk als het wandelen van een avondvierdaagse. De maandelijkse wiskundeperiodieken kunnen regelmatig een correspondentiewedstrijd voor elk van de leeftijdsgroepen organiseren.

3. *Verbetering van het wiskundeonderwijs op school.* De hiervoor genoemde verschijnselen kunnen niet afdoende worden aangepakt zonder ook het wiskundeonderwijs op scholen aan te pakken: herziening van het curriculum, het uitwerken van ander lesmateriaal en tekstboeken, training en opleiding van de leraren en aanpassing van de lesuren, etc. Wij zijn ons bewust van de complexiteit en de omvang van zo'n taak, die alleen over langere

termijn kan worden uitgevoerd door zorgvuldige en gezamenlijke inspanning van competente instellingen op dit gebied.
Echter, de hiervoor genoemde buitenschoolse activiteiten kunnen snel en kleinschalig beginnen. Zij zullen waardevolle ervaringen leveren voor de lange-termijndoelstellingen, niet in de laatste plaats door de betrokkenen en beslissers te overtuigen van de mogelijkheid en de noodzaak van veranderingen in de schoolwiskunde zelve.

Steun

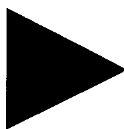
Wij zijn ons ervan bewust dat de onderneming het nodige werk met zich mee zal brengen. Het slagen zal afhangen van de bereidheid van personen zich voor de doelstelling in te zetten. Diegenen die het met (een deel van) de ideeën eens zijn en bereid zijn tijd te investeren voor de verwezenlijking ervan wordt verzocht contact met ons op te nemen. Deze individuele participatie kan verschillende vormen aannemen:
- deelname aan een werkgroep die plannen ontwikkelt en het contact onderhoudt met officiële instanties, zoals de onlangs ingestelde studiecommissie wiskunde B vwo**, en met de Nederlandse Onderwijscommissie voor Wiskunde;
- deelname aan de uitvoering van de plannen;
- leiding geven aan wiskundeclubs en -kampen;
- het polsen van eersteklas wiskundigen voor hun bereidheid voor een club of kamp te spreken;
- het organiseren van wedstrijden.

Scholen kunnen participeren door faciliteiten ter beschikking te stellen en eventueel propaganda te maken.
Van verschillende kanten is reeds mondeling steun toegezegd. Ook indien u alleen uw morele steun wilt geven in de vorm van een brief of met adviezen, dan wordt dit zeer op prijs gesteld. Genoemde activiteiten zijn alleen mogelijk met behulp van actieve inzet van enthousiaste wiskundeleraren. Wij zijn ons ervan bewust dat het leraarschap wiskunde in zijn huidige vorm een zeer veeleisende baan is. Wij nemen aan dat de huidige negatieve atmosfeer die de wiskunde omgeeft daaraan mede schuldig is. Dit is de reden dat wij toch een beroep durven te doen op uw onmisbare actieve medewerking.

Zend uw steunbetuiging, met opgave van uw werkomgeving en postadres (zo mogelijk ook e-mail), met vermelding van de soort steun die u wilt of kunt geven, en met uw eventuele commentaar, naar
Dr. Zs. Ruttkay, B. van Beeklaan 15,
1241 AC Kortenhoef.

Verdere informatie is te verkrijgen bij
Prof. Dr. Henk Barendregt (080-65 26 42) of bij
Dr. Zsófia Ruttkay (035-56 11 92).

* Euclides 69-1.
** Euclides 68-8.



Boekbespreking

Leone Burton: *Gender and Mathematics: An International Perspective;* UNESCO.

Het boek Gender and Mathematics (geslacht en wiskunde) is een verzameling werk uit de studie van de International Organisation of Women and Mathematics Education. Het bevat nog niet eerder gepubliceerde stukken over studies naar geslacht en het leren van wiskunde. Het boek geeft nieuw provocerend materiaal voor studenten en docenten wiskunde. Het belicht inzichten die te maken hebben met verschil in sekse maar ook in cultuur.
Allereerst worden vijf aspecten die de relatie onderwijs en geslacht betreffen behandeld. Getalsmatige verschillen tussen mannen en vrouwen worden weegegeven in tabellen.
Steeds meer vrouwen bereiken hogere bevoegdheden maar nog lang niet in alle beroepstakken. Ook zijn de uiteindelijke carrièrepaden nog steeds vol van vooroordelen. Vrouwen kiezen vaker een slechte combinatie van studies. Dit houdt in dat hun carrièrepad eerder stopt dan dat van de man. Het is noodzakelijk dat er globaal gekeken wordt naar de verschillen tussen meerdere landen maar ook naar verdeling in soort studies.
Het boek bestaat uit vier delen:
1. geslacht en klaslokaal
2. geslacht en leerplan
3. geslacht en prestatie
4. geslacht en houding

Het boek maakt een start om trends te onderzoeken die worden nagevolgd of juist worden tegengesproken. Hoe krijg je voor iedereen de meest optimale omstandigheid om wiskunde te leren? Het boek is interessant voor iedereen die wiskunde als hobby en/of werk heeft. Het is een uitdaging voor het wiskundeonderwijs.

Annette van der Wal

▶ Hoort Maastricht bij Nederland?

Truus Dekker

Leerlingen van het vbo die aan het eind van het schooljaar 1992-1993 deelnamen aan het experimentele wiskunde-schoolexamen op B-niveau werden geacht op die vraag het antwoord te weten. Om de plaats van peilmerken (in de opgave staat wat peilmerken zijn!) precies aan te geven is er een assenstelsel over de kaart van Nederland gelegd. Vroeger koos men de oorsprong van het assenstelsel in Amersfoort, omdat die plaats in het centrum van Nederland ligt. Het is handiger om de oorsprong zó te kiezen dat je alleen positieve coördinaten krijgt. Waar kun je dan de oorsprong tekenen op de kaart? Gezien de antwoorden rekenen niet àlle vbo-leerlingen heel Limburg tot Nederland, maar trokken sommigen de grens bij Noord-Brabant.....

Een nieuw schoolexamen op vbo B-niveau dus, passend bij het nieuwe programma. Voor de scholen die meedoen aan het nieuwe wiskundeprogramma maakten medewerkers van het Freudenthal instituut, samen met de betrokken docenten, een afsluitend schoolexamen dat past bij het gegeven onderwijs. Het lijkt wel wat op het experimentele C/D-examen, maar heeft uiteraard een heel andere status omdat het meetelt als schoolonderzoek en niet als centraal examen. Het volledige examen wordt, samen met dat van vorig jaar èn samen met honderd oefenvragen op examenniveau, gepubliceerd in een APS-bundel (aldaar verkrijgbaar; 030-856721). Eventueel commentaar op vorm en inhoud van de opgaven hoor ik graag van u, bij een volgend examen kunnen we daar rekening mee houden (adres: Truus Dekker, Freudenthal instituut, Tiberdreef 4, 3561 GG Utrecht).

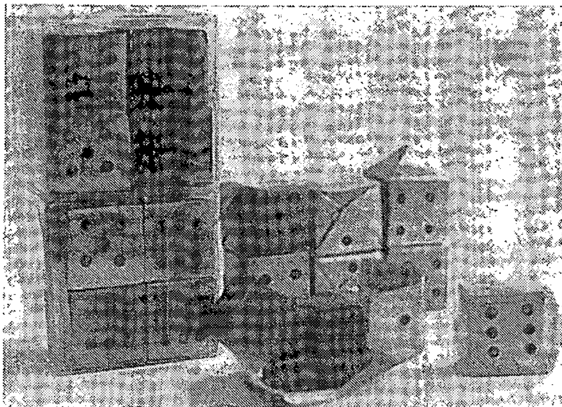
'Kunnen leerlingen op vbo B-niveau dat wel, een examen met vragen in een context? Onze leerlingen hebben vaak zoveel moeite met het lezen van teksten', is een vaak gehoorde opmerking van vbo-docenten. Natuurlijk moeten die leerlingen wel voor een dergelijk examen zijn opgeleid, je moet zulke opgaven van tevoren geoefend hebben, het gaat niet vanzelf goed. En er komt inderdaad in dit examen meer tekst voor dan in traditionele examens. Maar volgens de docenten valt het nogal mee omdat het gaat om 'gebruikstaal' zonder veel moeilijke woorden. De zinnen zijn kort en waar nodig wordt een tekening gegeven om de tekst te verduidelijken. De taal van de opgaven leverde geen problemen op, ook niet bij leerlingen voor wie Nederlands de tweede taal is. Opvallend was verder dat de leerlingen over het algemeen in ieder geval een antwoord gáven, de vragen nodigden daar werkelijk toe uit. De antwoorden waren misschien niet altijd goed of niet (helemaal) goed geformuleerd, maar de vragen werden niet overgeslagen zoals voorheen bij de oude examens vaak gebeurde. Dat gold ook voor leerlingen die op A-niveau examen deden. Leerlingen hadden met kennelijk plezier aan de opgaven gewerkt, hun reacties achteraf waren positief.

Hoewel de docenten die bij het samenstellen van het examen betrokken waren het niveau als 'goed' hadden beoordeeld, bleek dat achteraf toch iets te hoog te zijn. Sommige leerlingen die ook aan het C-examen deelnamen behaalden voor dat examen een hogere score. Dat kan overigens ook veroorzaakt worden door het feit dat leerlingen die het C-examen naar hun idee goed hadden gemaakt daarna het B-examen niet meer serieus namen. De scores die leerlingen voor het B-examen haalden kwamen overeen met de resultaten bij de andere schoolonderzoeken. Dat zegt óók iets over het niveau.

De vragen 1 t/m 4 horen bij elkaar.

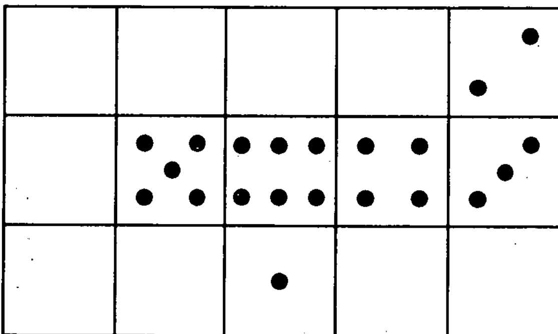
Dobbelsteen

Een fabrikant maakt chocolade-dobbelstenen in de vorm van een kubus. Om elke kubus komt een wikkel met stippen erop.



Hieronder zie je een tekening van een wikkel van zo'n chocolade-dobbelsteen.

Een echte dobbelsteen heeft een regel: het aantal stippen op twee vlakken tegenover elkaar is steeds samen zeven.



1. Leg uit dat het aantal stippen op twee vlakken tegenover elkaar bij de chocolade-dobbelsteen nooit zeven kan zijn.

(2) Teken in de uitslag van de dobbelsteen op bijlage 1 stippen zodat je van deze wikkel een echte dobbelsteen kunt maken.

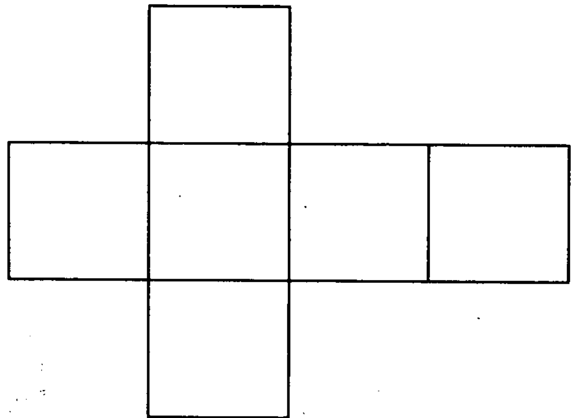
De chocolade-dobbelstenen hebben de vorm van kubusjes met een ribbe van 2 cm. Ze worden verkocht in een plastic doos die ook de vorm van een kubus heeft.

3. Passen er in zo'n doos precies honderd chocolade-kubusjes?

4. De fabrikant wil een doos laten ontwerpen, waarin precies 60 chocoladekubusjes met ribbe 2 cm passen. Die doos kan niet de vorm van een kubus hebben maar wel van een balk. De hoogte moet 10 cm worden. Geef een voorbeeld van de maten die zo'n doos volgens jou kan hebben.

Tip: Maak een tekening!

Bijlage bij experimenteel examen VBO-B 1993



Een aantal vragen die als 'heel eenvoudig' werden ingeschat, werden onverwacht slecht gemaakt. Het goede aantal stippen in de uitslag van een dobbelsteen tekenen lukte vrijwel altijd, maar opschrijven waaarom het aantal stippen op een wikkel van een chocolade-dobbelsteen fout was getekend ging heel vaak fout! Achteraf vonden de docenten dat er te weinig heel simpele vragen waren en teveel heel moeilijke. Verder geeft dit examen volgens ons een aardige indruk van wat de meeste leerlingen aan het eind van de basisvorming zouden moeten kunnen en kennen.

De eerder genoemde chocolade-dobbelstenen werden verpakt in een plastic doos die ook de vorm van een kubus had. 'Kunnen in zo'n kubusvormige doos precies honderd chocolade-dobbelstenen?' luidde de vraag. Een kleine bloemlezing uit de foute antwoorden:

'Dat kun je niet weten, want je weet niet hoe groot de doos is.'

'Ja, dat kan, want $10 \times 10 = 100$'

'Nee, het past niet, de doos moet ietsje groter wezen.'

'Ja, wanneer de doos 2 m^3 (!) is wel.'

'Nee, want er is ook nog de wikkel om de dobbelsteen heen, als je die 100 keer doet is de doos te klein.'

De volgende vraag: 'De fabrikant wil een doos laten ontwerpen waar precies 60 chocolade-kubusjes in passen. Die doos kan niet de vorm van een kubus hebben, maar de vorm van een balk. Geef een voorbeeld van de maten die zo'n doos kan hebben.'
Na de antwoorden op de vorige vraag zal het u niet verbazen dat ook met deze vraag veel leerlingen moeite hadden. Wat echter opviel was dat meisjes deze vraag veel beter beantwoordden dan jongens. Houden meisjes meer van dit soort 'puzzelvragen' of zijn ze praktischer ingesteld?

Bij de bespreking van een examen is het vaak interessanter om naar fouten te kijken dan naar goede antwoorden. Dat wil uiteraard niet zeggen dat alle vragen slecht werden gemaakt, soms werd een vraag die de examenmakers als 'lastig' hadden beoordeeld juist opvallend goed gemaakt. Leerlingen schreven vaak een prima redenering op. Daar waren we heel tevreden over. Ook aan de leerlingenuitwerkingen kun je zien dat deze leerlingen al meer aan dit soort vragen gewend zijn en niet schrikken van een context die ze niet eerder zijn tegengekomen.

Volgend schooljaar maken we opnieuw een experimenteel schoolexamen op B-niveau. Misschien een idee om uw leerlingen ook eens één of meer van dat soort vragen op hun schoolexamen te geven? In de oefenbundel waarin ook de examens zijn opgenomen vindt u voldoende voorbeelden.

▶ Vraagstukken

820. Op de zijden AB, BC en CA van △ABC beschrijft men buitenwaarts de vierkanten ABDE, BCFG en ACHK. De punten P, Q en R zijn opv. de middens van EK, DG en FH. Bewijs, dat de zwaartepunten van de driehoeken ABC en PQR samenvallen.

821. Gegeven △ABC. Men beschrijft met A, B en C als middelpunten drie willekeurige cirkels. Gevraagd op deze cirkels de punten D, E en F zò te bepalen, dat △DEF gelijkvormig is met △ABC.

822. Op de zijden van △ABC construeert men buitenwaarts de willekeurige driehoeken ABC_1, BCA_1 en CAB_1. Vervolgens worden door A_1, B_1 en C_1 rechten evenwijdig aan BC, opv. CA en AB getrokken, waardoor een nieuwe driehoek PQR ontstaat. Toon aan, dat het oppervlak van zeshoek $AB_1CA_1BC_1$ meetkundig middelevenredig is tussen dat van de driehoeken ABC en PQR.

823. Gegeven de concentrische bollen B_1, B_2 en B_3 met middelpunt B. De stralen zijn opv. R_1, R_2 en $2R_2 - R_1$, waarbij $R_2 > R_1$ is. Op B_3 kiest men een punt P. Alle bollen, die door P gaan en waarvan de middelpunten op B_2 liggen, hebben met B_1 machtvlakken, die raken aan een vaste bol met P tot middelpunt. Bewijs dat en bereken de straal van de bol, die B tot middelpunt heeft en aan de vaste bol raakt.

824. Gegeven de kruisende lijnen l en m en een punt P op l. De projectie van P op m is P_1, die van P_1 op l is P_2, die van P_2 op m is P_3. Als PP_1, P_1P_2 en P_2P_3 opv. a, b en c zijn, vraagt men de afstand der kruisende rechten te berekenen en in ware grootte te construeren, als de lijnstukken a, b en c gegeven zijn.

Vraagstukken uit Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde 41 (1953-1954).

● Serie ● ● ● ● ●

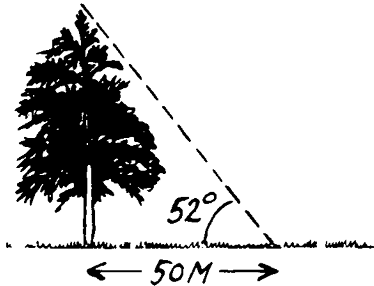
Rekenen in W 12-16

▶ Hoge bomen

Monica Wijers

'Hoe lang is het Vondelpark?' 300 kilometer, was het prompte antwoord van een 12-jarige leerling. Dom, zou je zeggen, maar bent u zelf altijd even zeker van uw maatkennis en vaardigheid met het metriek stelsel? 'Hoeveel dl is 200 cc?' en 'Zet 300 are eens om in hectaren of vierkante meters'.

Een paar jaar geleden maakte klas 2G als huiswerk de volgende opgave uit *Wiskundelijn*.



Maak een tekening op schaal en bereken de hoogte van de boom

Als docent had ik dit vraagstuk al enkele malen in andere tweede klassen behandeld. Bij de bespreking samen met de leerlingen een schaaltekening op het bord gemaakt, nauwkeurig gemeten en gerekend. Dan een klassegesprek over de afwijkingen die nog acceptabel waren: 64 meter, 63 meter, akkoord. Maar 60 meter, mag dat nog? Hoe zou het komen dat we niet allemaal hetzelfde antwoord vonden? Altijd leuke en zinvolle gesprekken!

In 2G ging het anders: Daar vroeg één van mijn leerlingen erg nadrukkelijk of een boom van 64 meter wel bestond.
Uit het raam zagen we de bomen die voor de 'Bananenflat' stonden. De hoogte van de flat werd geschat, via de hoogte van één verdieping. 2G beschikte, bleek al doende, over behoorlijke maatkennis. En de bomen bleken aanzienlijk lager dan de 15 verdiepingen tellende flat. Toen rees de vraag of de opgave wel klopte. Eén leerling bracht de volgende les een flora mee. Er bestaan sequoia's van meer dan 100 meter. Ook in Nederland schijnen sparren van 45 meter voor te komen en de Douglas-spar kan zelfs 60 meter worden.
Van toen af werd elke opgave waarin maten voorkwamen wat kritischer bekeken. Niet alleen: 'doen we het goed', maar ook 'kan dat wel waar zijn'. Meer nog dan voor de leerlingen een les voor de docent!

In de meeste nieuwe wiskundemethoden voor de basisvorming wordt gelukkig aandacht aan maatkennis besteed. Dit zou echter niet beperkt moeten blijven tot de reken- en wiskundelessen. Ook bij andere vakken als natuurkunde, economie en aardrijkskunde speelt het een rol. Maar boven alles, alle numerieke gegevens uit de realiteit zijn maatgetallen. Die te begrijpen en daarmee kritisch te kunnen omgaan is één van de belangrijkste doelstellingen van de basisvorming. De kranten zijn er het levende bewijs van. En niet zelden vol fouten, waar je als leraar weer gebruik van kunt maken. Laatst nog: 'Nederland heeft een oppervlakte van 40.000 m^2'. Leg het uw klas eens voor en probeer een verklaring te geven voor de 'vergissing'.

● Werkblad ●

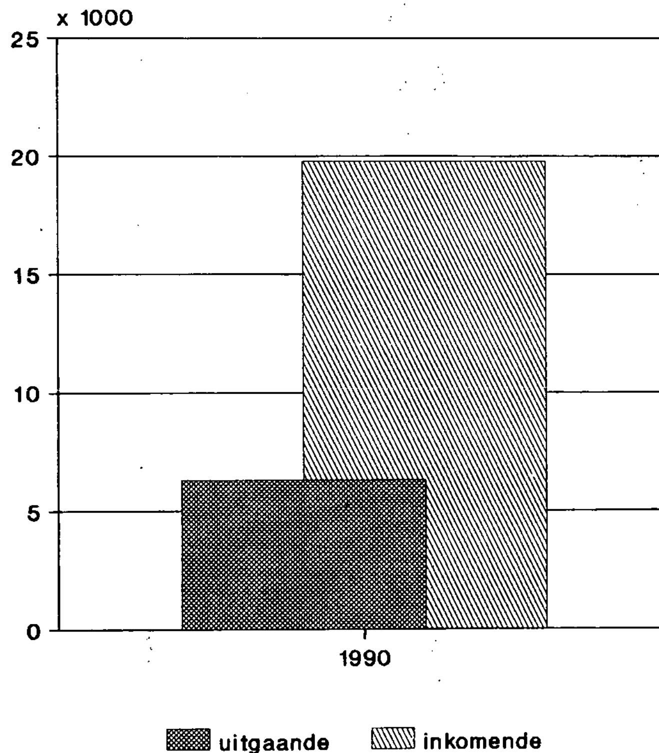
1 Los op: $x^2 + \sqrt{x} - 12 = 0$ (drie decimalen nauwkeurig).

2 $P = \frac{(\sqrt{w^0})}{12}$ Bereken P als $w = 24$.

3 $C = x^7 - 24$. Bepaal de tegenformule.

4 Teken (op een handige manier, lees eerst de hele som...) een vlieger met diagonalen 2 en 3 cm. Het snijpunt van de diagonalen noem je S. Wat is de oppervlakte van deze vlieger? Je hebt nu een vlieger op schaal getekend. In werkelijkheid wordt de vlieger vanuit punt S met factor 15 vermenigvuldigd. Wat is dan de oppervlakte van de vlieger?

Inkomende- en uitgaande pendel in Zwolle in 1990
Bron: Prov. Ov. (rapport Pendel in Overijssel in 1990)



Uit: Tentamen mavo-4, S.G. Greijdanus, Zwolle, maart 1993.

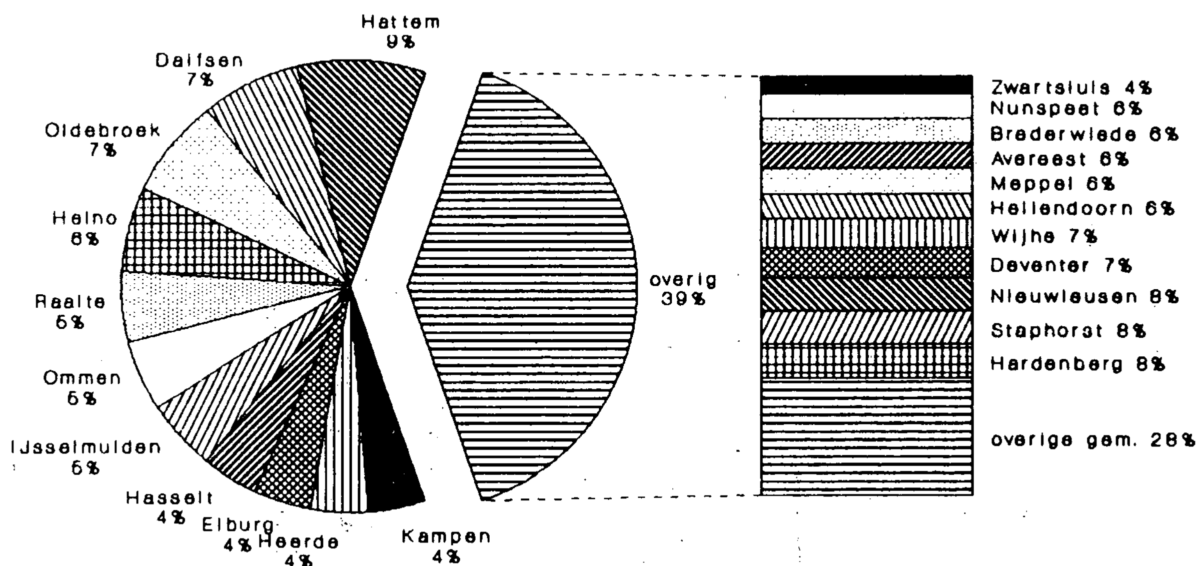
• Werkblad •

5 Iemand kijkt op een afstand van 20 meter door een kijker naar een toren. Deze kijker staat op een statief van 1.5 meter. Als zij de kijker op het topje van de toren richt meet ze 60°, als ze de kijker evenwijdig met de weg zet, staat er 0° op de hoekmeter. Maak een schets van deze situatie en bereken de hoogte van de toren.

6 Je ziet twee afbeeldingen staan over pendel in Zwolle (inkomende pendel betekent: mensen die niet in Zwolle wonen, maar er wel werken. Zij pendelen dagelijks naar Zwolle.)

a. Hoeveel mensen pendelden in 1990 dagelijks naar Zwolle?
b. Hoeveel mensen kwamen uit Heino?
c. Hoeveel mensen kwamen uit Hardenberg?

De Overijsselse steden
Herkomst van de pendel op Zwolle naar gemeente
Bron: Prov. Ov. (rapport Pendel in Overijssel in 1990)



Uit: Tentamen mavo-4, S.G. Greijdanus, Zwolle, maart 1993.

▶ Het public domain-programma GEOM

Henry Jie-A-Joen, Harm Jan Smid en Agnes Verweij

Inleiding

In ons vorige artikel hebben we aandacht besteed aan het mogelijke belang van public domain software voor het Nederlandse wiskundeonderwijs (Euclides jrg. 69-1, blz. 4-9). Bij één van de public domain-programma's hebben we wat uitvoeriger stilgestaan: het grafiekenprogramma PLOT, geschreven door Richard Parris, werkzaam op de Phillips Exeter Academy in de USA. In dit artikel zullen we het door dezelfde auteur gemaakte meetkundeprogramma GEOM bespreken.[1]

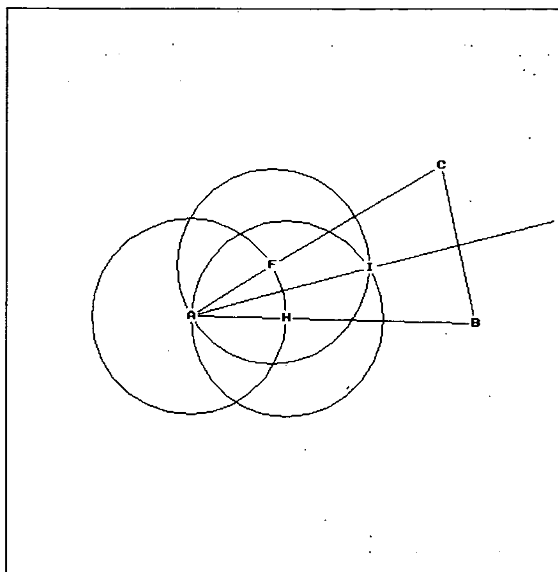
GEOM

GEOM is een 'tool' voor meetkunde. Dit betekent dat met dit programma de PC te gebruiken is als hulpmiddel om snel en accuraat bepaalde soorten meetkundige figuren in beeld te brengen en een aantal bijbehorende berekeningen uit te voeren. GEOM werkt op een IBM-compatible computer met grafische kaart (CGA, EGA, VGA of HERCULES), bij voorkeur voorzien van een numerieke coprocessor en een kleurenmonitor.
Het programma is menu-gestuurd, wat als voordeel heeft dat de gebruiker alleen passieve kennis van de Engelse taal nodig heeft. Wie bekend is met PLOT, zal met GEOM vlot aan de slag kunnen, doordat de vormgeving en de wijze van bediening gelijk zijn.
GEOM bestaat uit twee modules: de eerste is een gelijknamig programma waar vlakke meetkunde mee bedreven kan worden. De andere module heet GEOM3D, een ruimtemeetkundeprogramma.
De handleiding bij de eerste module is summier, maar duidelijk, de handleiding bij GEOM3D is zéér summier en soms onduidelijk. Een uitbreiding met enkele voorbeelden zou een hele verbetering betekenen. Beide handleidingen zijn opgeslagen op de diskette.

Module 1 van GEOM

GEOM laat de gebruiker een basisfiguur kiezen, bijvoorbeeld een driehoek, en geeft vervolgens het 'gereedschap' om er een constructie op uit te voeren. Wat hiermee bedoeld wordt, zullen we aan de hand van het volgende voorbeeld duidelijk maken.

Stel dat we van een driehoek ABC op het scherm hoek A in twee gelijke delen willen verdelen op de manier waarop dit op papier met behulp van passer en liniaal gebeurt. Dan kunnen we dit met GEOM doen door achtereenvolgens, via het indrukken van 'hot keys' die in het menu aangegeven zijn, de volgende stappen te laten uitvoeren:
– teken een cirkel met middelpunt A en straal AC/3 (bijvoorbeeld);
– benoem het snijpunt van deze cirkel met zijde AC (het programma geeft F);
– benoem het snijpunt van de cirkel met zijde AB (dit wordt H);
– teken een cirkel met middelpunt F en straal AC/3;
– teken een cirkel met middelpunt H en straal AC/3;
– benoem het snijpunt van de laatste twee cirkels (I);
– verbind punt A met punt I.
Zie figuur 1 voor het eindresultaat. GEOM kan deze constructie nu in de vorm van een procedure bewaren. In het vervolg kan dan, steeds als van een

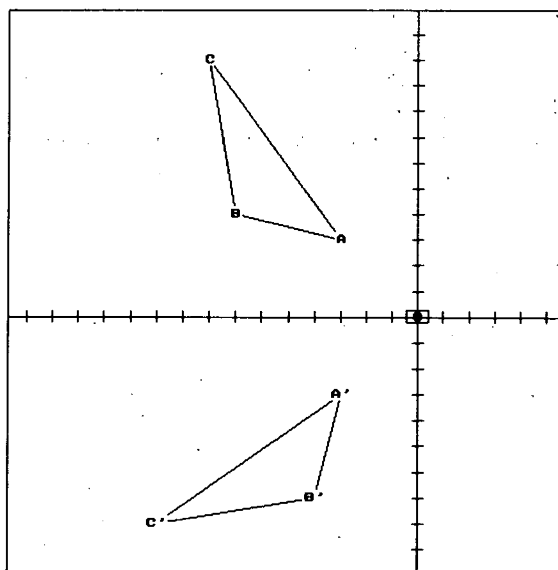


Figuur 1

andere driehoek ABC hoek A middendoor gedeeld moet worden, eenvoudigweg deze procedure weer aangeroepen worden.
Overigens bevat GEOM ook een standaardprocedure voor het tekenen van bissectrices. Wie niet geïnteresseerd is in een passer-en-liniaal-constructie, kan via het 'Line Menu' direct de 'Bisect'-instructie geven.
Als basisfiguren kunnen in GEOM punten, lijnen, lijnstukken, cirkels, driehoeken en andere veelhoeken gekozen worden. Met de basisfiguren kunnen, zoals in bovenstaand voorbeeld gedemonstreerd is, andere figuren in het vlak opgebouwd worden. Vergissingen zijn snel te herstellen.
Een beperking van GEOM is, dat in totaal hoogstens 234 punten, al dan niet tot één figuur behorend, benoemd kunnen worden. Met GEOM kunnen translaties, spiegelingen, puntvermenigvuldigingen en rotaties in het vlak uitgevoerd worden. Hierbij kan de mogelijkheid om de figuren tegen de achtergrond van een assenstelsel te laten tekenen goede diensten bewijzen. Zie figuur 2.
Ingewikkelde vlakke figuren kunnen in beeld gebracht worden door verschillende eenvoudiger figuren aan elkaar te 'plakken'. Dit kan soms heel arbeidsintensief zijn en dus veel tijd kosten. Daarom is het goed dat GEOM de mogelijkheid biedt om tekeningen op schijf op te slaan. Zo kunnen bijvoorbeeld de figuren die bij een demonstratie nodig zijn tevoren klaar gemaakt worden.
Deze mogelijkheid wordt ook benut bij animaties met GEOM. Door snel achter elkaar verschillende transformatiebeelden van een figuur in het vlak op te roepen, ontstaat de indruk van een beweging.
Een bijzonderheid van GEOM is verder dat van de getekende figuren verschillende numerieke gegevens op te vragen zijn. Zo kan men lengtes van zijden, oppervlaktes van veelhoeken, oppervlaktes en omtrekken van cirkels, grootten van hoeken en waarden van uitdrukkingen waarin deze grootheden voorkomen, op het scherm laten verschijnen. De opgevraagde gegevens worden steeds overzichtelijk in een kolom links van de figuur weergegeven. Zie figuur 3 (blz. 52).

Module 2: GEOM3D

GEOM3D is een programma voor ruimtemeetkunde, voorzover deze veelvlakken betreft. Voor cilinders, kegels en bollen is GEOM3D niet te gebruiken.
Basisfiguren zijn blokken, prisma's, tetraëders en piramiden. Nieuwe veelvlakken kunnen worden



Figuur 2



opgebouwd uit oude met behulp van de menu's 'Paste' en 'Merge'. Nieuwe punten kunnen benoemd worden. Twee punten, zeg P en Q, kunnen door een lijnstuk verbonden worden, maar de manier waarop het betreffende commando gegeven moet worden, is een beetje omslachtig. GEOM3D werkt namelijk uitsluitend met veelhoeken en lijnstuk PQ moet daarom ingevoerd worden als een ontaarde veelhoek, bijvoorbeeld als driehoek PQP. Figuren kunnen in het geheugen worden opgeslagen en later worden opgeroepen, bijvoorbeeld om aan andere figuren te worden toegevoegd. Ribben van een figuur die niet 'zichtbaar' zijn, kunnen gestippeld getekend of weggelaten worden. Het programma kan werken met figuren met ten hoogste 150 zijvlakken, waarbij elk zijvlak hoogstens 24 hoeken heeft.

GEOM3D biedt de mogelijkheid om de doorsnede van een ruimtelijke figuur met een vlak in beeld te brengen. Het gewenste snijvlak kan aangeduid worden door drie punten van dit vlak te noemen of door de vergelijking van het vlak te geven. De niet zichtbare zijden van de doorsnede worden niet gestippeld, waardoor het resultaat soms wat moeilijk te interpreteren is. Zie figuur 4.

Het is in GEOM3D mogelijk ruimtelijke figuren te roteren. De rotatie-as kan op een aantal manieren worden ingevoerd, bijvoorbeeld door twee punten van de as te noemen.

Translaties en spiegelingen worden (nog?) niet door het programma ondersteund. De mogelijk-

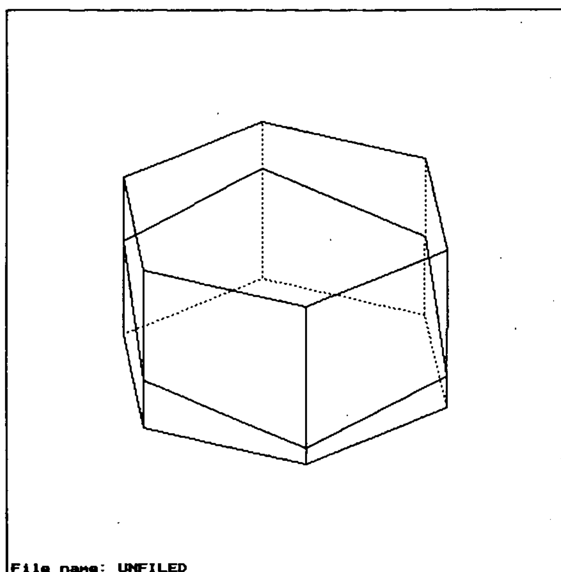
Numerical Data

<ACB
= 35.629439422861
<ADB
= 35.629439422861
<AEB
= 35.629439422861

P=Pause Esc=Quit

A B C D E M

Figuur 3



Figuur 4

heid om een figuur op het x-, y- of z-vlak te projecteren ontbreekt eveneens.
De figuren worden steeds in perspectief afgebeeld. De positie van het oogpunt kan door de gebruiker veranderd worden.
Evenals bij module 1 kan tekst bij een plaatje gevoegd of eruit verwijderd worden. Ook kunnen weer numerieke gegevens van de getekende figuren opgevraagd worden. Hierbij valt bijvoorbeeld te denken aan de coördinaten van hoekpunten, de afstand tussen twee punten, de hoek tussen twee ribben en de hoek tussen twee zijvlakken.
GEOM3D berekent geen inhouden van veelvlakken.

Toepassingen in het wiskundeonderwijs

GEOM kan heel goed gebruikt worden voor demonstraties in de les, maar de belangrijkste toepassingsmogelijkheden lijken toch te liggen op het gebied van leerlingenwerk. Daarbij springen de mogelijkheden om leerlingen meetkundige eigenschappen te laten 'ontdekken' het meest in het oog. De snelheid waarmee met GEOM tekeningen van en berekeningen bij meetkundige figuren gemaakt kunnen worden, maakt dat leerlingen gemakkelijk regelmatigheden op het spoor komen en kunnen nagaan onder welke voorwaarden deze gelden. Dat met GEOM eventuele tegenvoorbeelden heel snel opgespoord kunnen worden, speelt hierbij een belangrijke rol.

Een voorbeeld:
Een leerling tekent met GEOM een gelijkzijdige driehoek en construeert daarin de drie hoogtelijnen. Hij vraagt de lengte op van de stukken waarin de hoogtelijnen door het hoogtepunt verdeeld zijn en constateert dat deze stukken zich verhouden als 1 : 2. Nu vraagt hij zich af of in alle driehoeken geldt dat de drie hoogtelijnen elkaar in deze verhouding verdelen. De leerling kan dit vervolgens onderzoeken door verschillende soorten driehoeken te laten genereren en steeds dezelfde procedures, hoogtelijnen tekenen en lengtes van lijnstukken opvragen, toe te passen. Dan blijkt al snel dat er tegenvoorbeelden zijn en dat de vraag dus met 'nee' beantwoord moet worden. De leerling vermoedt nu dat de bedoelde eigenschap wél geldt voor alle gelijkzijdige driehoeken. Hij onderzoekt met GEOM een aantal van deze driehoeken, in elk geval méér dan wanneer hij alles met de hand had moeten doen (het is best leuk om met zo weinig moeite steeds weer te zien dat je gelijk hebt!). Zo raakt hij overtuigd van de juistheid van zijn bijgestelde vermoeden.

Voorbeelden van opdrachten waarmee dergelijk leerlingenwerk in gang gezet en op gang gehouden wordt, worden bij aanschaf van GEOM niet meegeleverd. Ook in de literatuur zijn we nog geen beschrijvingen van ervaringen met GEOM in het onderwijs tegengekomen. Toch is deze ervaring er wél, in elk geval op de opleiding in de Verenigde Staten waaraan de auteur van deze software verbonden is. Misschien zijn via hem voorbeelden van werkbladen te verkrijgen. Natuurlijk kunnen ook ideeën voor leerlingenwerk met GEOM worden opgedaan door naar voorbeelden van opdrachten bij commerciële meetkundeprogramma's met vergelijkbare mogelijkheden te kijken.
Voor de manier waarop men leerlingen met GEOM3D kan laten werken, is dan in de vakliteratuur wel het een en ander te vinden. Zo kan men zich laten inspireren door wat over het Nederlandse programma RUIMFIG[2] geschreven is, bijvoorbeeld in De Nieuwe Wiskrant.[3]

Voor ervaringen met programma's die lijken op Module 1 van GEOM moeten we in het buitenland zijn. Zo'n programma is bijvoorbeeld het in de Verenigde Staten uitgegeven commerciële vlakkemeetkundeprogramma de GEOMETRIC SUPPOSER.[4] Over het gebruik van dit programma op de highschool is in de USA in de afgelopen jaren veel gepubliceerd.
Twee jaar geleden verscheen ook in het in Nederland uitgegeven tijdschrift 'Educational Studies in Mathematics' een artikel over de GEOMETRIC SUPPOSER.[5] Behalve om de hierin opgenomen voorbeelden van opdrachten voor leerlingen, is dit artikel van belang om de aandacht die besteed wordt aan een onderzoek naar de leeropbrengst van de SUPPOSER. Bij de voorbeelden valt op dat steeds gevraagd wordt de met de computer, dus op basis van inductie, gevonden eigenschappen te bewijzen. Eén van de onderzoeksresultaten was, dat de leerlingen die op deze manier met de GEOMETRIC SUPPOSER gewerkt hadden, gemiddeld beter waren in het leveren van (deductieve) bewijzen dan de leerlingen uit de controlegroep, die meetkundeonderwijs zonder computers hadden gehad.

GEOM en W12-16

De invoering van het nieuwe wiskundeprogramma in de onderbouw van het voortgezet onderwijs in Nederland zal een nieuwe invulling van het meetkundeonderwijs met zich mee brengen. Het lijkt de moeite waard om te onderzoeken in hoeverre computerprogramma's zoals GEOM hierbij een rol zullen kunnen spelen.
Naar ons idee zijn leerlingen eerder toe aan het gebruik van de computer als hulpmiddel bij de vlakke meetkunde dan bij de ruimtemeetkunde van W12-16. Immers, bij vlakke figuren die op een computerscherm worden afgebeeld, doen zich geen interpretatieproblemen voor. Maar om de met GEOM3D op het scherm geproduceerde 'platte' plaatjes als ruimtelijke figuren te kunnen 'zien', is al een flinke portie inzicht nodig. Modellen van ruimtelijke figuren, die vastgepakt kunnen worden en die écht van alle kanten bekeken kunnen worden, lijken daarom bij het aanvangsonderwijs in de ruimtemeetkunde betere diensten te kunnen bewijzen dan computerprogramma's. Onderwerpen uit de vlakke meetkunde waarbij Module 1 van GEOM in principe gebruikt zou kunnen worden, zijn in het programma van W12-16 wel te vinden. Zo lezen we in het Trajectenboek[6] op bladzijde 31 onder 'Vlakke figuren' voor klas 2: 'Bij nader bestuderen van vlakke figuren ligt de aandacht bij grootte van hoeken, bij het vergelijken van hoeken en van zijden en bij symmetrie.' Het lijkt niet onmogelijk dat GEOM hierbij een goed hulpmiddel kan zijn. De vraag is of dit ook geldt voor het bij dit onderwerp genoemde doel (alleen voor havo/vwo): 'Bij eigenschappen een redenering geven die de juistheid ervan aannemelijk maakt.' Juist bij deze jonge leerlingen zou de overtuiging die door de computerbeelden opgeroepen wordt, de motivatie voor het redeneren en bewijzen wel eens negatief kunnen beïnvloeden.
De eerstgenoemde auteur van dit artikel zal zich in het kader van zijn afstudeerwerk voor de studie wiskunde aan de Technische Universiteit, begeleid door de andere twee auteurs, met deze materie gaan bezighouden. We hopen u te zijner tijd over de resultaten te berichten.

Noten

1. PLOT en GEOM (inclusief GEOM3D) zijn te verkrijgen door een briefje te sturen aan Richard Parris, Phillips Exeter Academy, Exeter NH 03833, USA. Bijgesloten moeten worden: twee geformatteerde $5\frac{1}{4}$-inch diskettes in een verzenddoosje voorzien van adressering voor de retourzending en 3 dollar voor de portokosten.
2. Het software-pakket RUIMFIG is ontwikkeld door de vakgroep OW&OC, Utrecht, 1989. Het wordt uitgegeven door Educaboek, Culemborg.
3. L. M. Doorman en H. B. Verhage, 'Ruimtemeetkunde op de computer', Nieuwe Wiskrant jrg. 8, nr. 4, juli 1989, blz. 3-9.
4. De GEOMETRIC SUPPOSER is geschreven door Judah Schwartz, Michal Yerushalmy en het Education Development Center; het programma wordt uitgegeven door Sunburst Communications Inc..
5. Michal Yerushalmy en Daniel Chazan, 'Overcoming Visual Obstacles with the Aid of the Supposer', Educational Studies in Mathematics, jrg. 21, nr. 3, juni 1990, blz. 199-219.
6. Het 'Trajectenboek' is een publikatie van de Commissie Ontwikkeling Wiskundeonderwijs. De versie, zoals deze uiteindelijk aan het Ministerie van Onderwijs is aangeboden, is een gezamenlijke uitgave van het Freudenthal instituut, RU Utrecht en de SLO, Enschede, juli 1992.

● Recreatie ● ● ● ●

Nieuwe opgaven met oplossingen en correspondentie over deze rubriek aan Jan de Geus, Valkenboslaan 262-A, 2563 EB Den Haag.

▶ Oplossing 645

Gegeven: $\triangle ABC$ met zijden $2a$, $2b$, $2c$ en zwaartelijnen f, g, en h.
Gevraagd: geheeltallige oplossingen.

Als we tweemaal de cosinusregel met hoek α toepassen, dan vinden we:

$$(2a)^2 = (2b)^2 + (2c)^2 - 2 \cdot 2b \cdot 2c \cdot \cos\alpha$$

$$\text{en } g^2 = b^2 + (2c)^2 - 2 \cdot b \cdot 2c \cdot \cos\alpha$$

Na eliminatie van $\cos\alpha$ vinden we: $g^2 = 2a^2 - b^2 + 2c^2$.
Na cyclische verwisseling vinden we het volgende stelsel vergelijkingen waarvoor we geheeltallige oplossingen proberen te vinden:

$$\begin{Bmatrix} f^2 = -a^2 + 2b^2 + 2c^2 \\ g^2 = 2a^2 - b^2 + 2c^2 \\ h^2 = 2a^2 + 2b^2 - c^2 \end{Bmatrix}$$

Als relatie tussen de zwaartelijnen vinden we:
$-f^2 + 2g^2 + 2h^2 = 9a^2$. Enz.
Met een computerprogrammaatje vinden we al snel de driehoek met de kleinste omtrek:
$2a = 136$, $2b = 170$, $2c = 174$, $f = 158$, $g = 131$, $h = 127$.

Theoretisch heeft dr. J. H. J. Almering, Maastricht het probleem opgelost in zijn proefschrift 'Rationaliteitseigenschappen in de vlakke meetkunde' (1950). Hij maakte daarbij gebruik van kubische krommen.
Een aardige eigenschap, die hierin genoemd wordt, is nog:
Wanneer een driehoek met zijden $2a$, $2b$ en $2c$ de zwaartelijnen f, g en h heeft, dan heeft de driehoek met de zijden $2f$, $2g$ en $2h$ de zwaartelijnen $3a$, $3b$ en $3c$.
Lourens van den Brom (51), Krommenie, *Willem van der Vegt* (20), Zwolle en (in iets andere bewoordingen) *Dick Buijs* (39), Kerk-Avezaath kwamen ook tot deze eigenschap.

De winnaar van deze maand verwees nog naar L. E. Dickson – 'History of the theory of numbers, Volume II' (1952). Op blz. 202 lezen we dat Euler al een oplossing vond in 1773 (!). Hier wordt ook aangegeven hoe hij deze oplossing vond. Uiteraard met héél veel algebra en substituties.
Dank voor deze bron!

Met 51 punten staat deze maand boven aan de puzzelladder:
Lourens van den Brom
Ruimtevaartlaan 45
1562 BB Krommenie
Heel hartelijk gefeliciteerd met de boekenbon van f25,–.

▶ Opgave 648

In Recreatie 638 maakte ik al melding van twee boekjes van Hans van Maanen die bij Aramith Uitgevers waren verschenen. Afgelopen zomer verscheen de derde in deze reeks: Hans van Maanen – 'Hoogste score tot nu toe!' (Computerspelletjes om zelf te programmeren).
Als vierde in deze reeks verscheen Robert Abbott – 'Geen doolhoven voor domoren' (Spelletjes om in te verdwalen). Dit is een vertaling van 'Mad Mazes' door Anneke Treep, geen onbekende in het puzzelwereldje.

Ook bij Aramith Uitgevers verscheen Jan van de Craats – 'O! zit dat zo!' (Alle opgaven, alle oplossingen en allerlei extra's). In dit boek zijn alle puzzels en spellen verzameld van de TROS televisieserie die van 29 januari tot en met 19 maart 1993 wekelijks werd uitgezonden.
In een van de afleveringen mocht het publiek een kubus inpakken met cadeaupapier. Het papier is een rechthoek van 4 dm bij 3 dm. Het vel mag men niet scheuren, knippen of beschadigen. Onder leiding van presentatrice Ellen Brusse en met deskundige leiding van Jan van de Craats wist het publiek een kubus met een ribbe *groter* dan 1 dm keurig te verpakken! Er was van de oorspronkelijke kubus niets meer te zien.

Nu komt onze puzzel: wat is de *grootste* kubus die met een vel cadeaupapier van 4 dm bij 3 dm ingepakt kan worden?

Jan schrijft in zijn boekje: 'we hebben daar wel een vermoeden van, maar geen bewijs.'
Wie durft? Een uitdaging voor de ware Recreatie-puzzelaar!

Iedere inzending, binnen een maand ingezonden, krijgt ladderpunten op een schaal van 1 tot en met 5.

● Bijdrage ● ● ● ●

▶ Toverdoos of black box?

M. van Hoorn

Op 12 mei jongstleden hield de Noordelijke Hogeschool Leeuwarden een symposium onder de titel *Toverdoos of black box?* over computeralgebra in het technisch onderwijs. Deelnemers waren vooral docenten uit het hoger beroepsonderwijs, van enkele universiteiten en van enkele scholengemeenschappen. Ook was een aantal uitgevers present. Het CAN expertisecentrum (1) had bijgedragen aan de organisatie van het symposium.
In dit artikel wordt een deel van het symposium kort beschreven; ook wordt meer algemeen ingegaan op de betekenis van computeralgebra.

Over computeralgebra

Praten over computeralgebra is praten over softwarepakketten die gebruikt worden om algebraïsche berekeningen uit te voeren. Bijvoorbeeld:

– Ontbind $x^6 - y^6$; resultaat:
$$(x - y)(x + y)(x^2 - xy + y^2)(x^2 + xy + y^2) \qquad \text{(I)}$$

– Zoek (een) primitieve functie van $\dfrac{1}{x^3 + 1}$; resultaat: $\dfrac{1}{\sqrt{3}} \arctan\left(\dfrac{2x - 1}{\sqrt{3}}\right) + \dfrac{1}{6} \ln \dfrac{(x + 1)^2}{x^2 - x + 1}$ (II)

Een resultaat als (II) is met de bekende integratiemethoden, waaronder partiële breuksplitsing, best te verkrijgen. Wat echter als $\dfrac{1}{(x^3 + 1)^5}$ moet worden geïntegreerd? Een dergelijke integraal handmatig uitrekenen vraagt veel tijd en accuratesse. Met computeralgebra is dit geen probleem. De pakketten DERIVE, MAPLE en MATHEMATICA kunnen het moeiteloos.
Computeralgebra is al bezig zich een plaats te verwerven in diverse onderwijssoorten, wat logisch is gezien de mogelijkheden van computeralgebra. De vraag is hoe het (wiskunde-)onderwijs gebruik kan maken van computeralgebra.
De twee voorbeelden van computeralgebra die ik hier heb gegeven vormen slechts een fractie van wat met sterke pakketten kan. Numerieke benaderingen en grafieken mogen hier tevens worden genoemd.

Nederlandstalige literatuur

De Nieuwsbrief van het CAN expertisecentrum biedt een (halfjaarlijks) overzicht van relevante ontwikkelingen. De Nieuwsbrief is overigens grotendeels in het Engels gesteld. Maar het Nederlandstalige *Wiskunde leren met DERIVE* (2) werd uiteraard in het Nederlands gerecenseerd.
Onlangs zijn nog twee Nederlandstalige docentenhandleidingen gepubliceerd, voor DERIVE en MAPLE (3).

Ontwikkelingen

Evenals de rekenmachine zal computeralgebra het wiskunde-onderwijs beïnvloeden. Nu reeds blijkt het voor te komen, dat sommige docenten tentamens met behulp van DERIVE of MAPLE nakijken, terwijl de studenten nog niet met zo'n pakket mochten werken. Men hoeft er niet aan te twijfelen dat binnenkort ook die studenten DERIVE of MAPLE hebben. Dit gaat dan over het technisch hoger beroepsonderwijs.
Voor de universitaire studies in de techniek, en in andere toepassingsgebieden, zal computeralgebra zeker een rol gaan spelen. Bij werktuigbouwkunde in Eindhoven (Simons) is dat intussen het geval.

Ook in het middelbaar beroepsonderwijs en in het havo/vwo doet computeralgebra voorzichtig zijn intrede, nu nog alleen doordat enkele docenten ermee experimenteren.

Welke plaats gaat computeralgebra innemen? Dat zal afhangen van de situatie. Welke doelstelling streeft men na? Moeten leerlingen/studenten fysische problemen oplossen, dan zal hun interesse voor partieel breuksplitsen niet groot zijn. Didactisch is daar voor wiskundigen weinig eer aan te behalen, naar het lijkt.

Het symposium

Tot de inleiders behoorden prof. dr. F. Simons (T.U. Eindhoven), bij menigeen bekend als spreker over computeralgebra, en dr. K. P. Hart (T.U. Delft). We leggen hun inleidingen hier naast elkaar.

Simons wijst op de zich steeds uitbreidende mogelijkheden van computeralgebrapakketten. Als voorbeeld neemt hij de lijnintegraal van $f = x^2 + yz$ op de kromme $K = (t, t^2 + 3)$ op het interval [0, 1]. Met MATHEMATICA krijg je als benadering van de uitkomst: 2,37102. Mooi, prachtig. Maar je moet je afvragen wat iemand hier mee moet, als hij niet weet wat dit allemaal betekent. Simons voorspelt dat er meer inzicht nodig zal zijn dan vroeger, maar dan wel voor een kleiner deel van de studenten.

Hart kiest meteen een didactische invalshoek. Hij onderscheidt een drietal aspecten:

1. Je kunt snel een parameter variëren, en het gevolg daarvan bekijken in grafieken. Ook andere dingen kun je heel snel uitvoeren. De docent vindt dat machtig interessant. Maar de student? Weet die al waar hij zo gauw op moet letten? Met andere woorden: is snelheid didactisch verantwoord?
Hart knoopt er meteen een idee aan vast over een mogelijke curriculum- of leerplanwijziging: zorg dat het *ruwe schatten* niet verdwijnt, geef dat dus expliciet aandacht. Als je weet dat $2^{10} \approx 1000$ (1K, voor de liefhebbers), dan ga je 2^{100} toch niet met een machine berekenen?

2. Je kunt ingewikkelde berekeningen uitvoeren. Enerzijds kun je je afvragen hoe realistisch dat is. Soms heb je alleen maar schijnexactheid. Kweek je zo niet gemakkelijk een onvoorwaardelijk geloof in machines, in plaats van een kritische kijk op modelaannamen?
Anderzijds kun je je afvragen welke wiskundige winst je nog behaalt met het integreren van $\frac{1}{(x^3 + 1)^5}$. Als je $\frac{1}{x^3 + 1}$ met de hand laat integreren (en nog enkele overzichtelijke gevallen), dan zie je alles wat je moet zien. Meer moet je niet doen, zegt Hart.

3. Studenten kunnen experimenteren. Dit heeft echter alleen zin bij voldoende voorkennis. En zo zijn we weer terug bij de vorige punten. Verwacht niet dat studenten geheel op eigen houtje wiskundige ontdekkingen doen. Dat gaat vrijwel nooit zonder de hulp van de docent. Alleen genieën doen ontdekkingen.

Blijvende aandacht

Het CAN expertisecentrum besteedt uiteraard permanent aandacht aan computeralgebra.
Twee jaar geleden schreef Jan van Maanen in Euclides over een eerder symposium over computeralgebra (4). De Studiecommissie wiskunde B-programma vwo (5) zal ook zeker de computeralgebra onder de loep nemen. In Euclides ruimen we graag plaats in voor verschillende opinies over de rol van computeralgebra.

Noten

(1) Computer Algebra Netherlands, Kruislaan 413, 1098 SJ Amsterdam; telefoon 020-5926050, fax 020-5924199.
(2) P. Drijvers, *Wiskunde leren met DERIVE*, Wolters-Noordhoff (1992). Dit geheel bestaat uit een leerlingenboek, een docentenboek en een schijf met een aantal DERIVE-files. Recensie door Bram van Asch in Nieuwsbrief CAN 9 (december 1992).
(3) P. E. J. M. Gondrie en G. A. T. M. van Alst, *Handleiding DERIVE*, Academic Service (1992);
Metha Kamminga-van Hulsen, *Computeralgebra met MAPLE*, Academic Service (1993).
(4) Jan van Maanen, *Computer-algebra in het vwo: ondersteunend of ondermijnend?* Euclides 67-1 (september 1991).
(5) *Studiecommissie wiskunde B-programma vwo*, Euclides 68-8 (mei 1993).

● Serie ● ● ● ● ●

'Ontwikkelingen in de didactiek'

▶ Zorgverbreding 1 Leerlingen voor wie leren op school moeilijk is*

Bram Lagerwerf

4 Ontwikkelend onderwijs

Hoe kunt u in de praktijk rekening houden met leerlingen met leerproblemen? Ik richt mij nu op de drie 'onvermogens'. Leerlingen met zulke achterstanden roepen vaak een soort vertedering op bij docenten, net zoiets als in de karikatuur van het oude vrouwtje dat tegen wil en dank naar de overkant van de straat geholpen wordt. Die vertedering maakt dat er vooral korte-termijn hulp wordt gegeven: de leerlingen worden aan de hand genomen en door de leerstof geleid. Maar zo leren ze het nooit zelf! Het is niet zo dat zwakke leerlingen niet kunnen structureren (e.d.), dat kunnen ze heus wel. Alleen, ze kunnen het *niet zo goed.* We moeten daarom op twee fronten hulp bieden:

4.1. Op korte termijn: helpen bij wat ze zeker niet kunnen
Het werk zo organiseren dat ze in elk geval aan de slag kunnen, niet minder maar vooral ook niet meer.
Zorgen voor goed gestructureerde werkopdrachten met eenvoudige korte teksten, en met sprekende plaatjes. Voldoende mogelijkheden voor een eigen (speelse) invulling van de leerlingen. Het concreet houden.
Niet zeggen: 'Ga nu eindelijk eens serieus aan het werk' tegen iemand die dat nu eenmaal niet zelfstandig kan organiseren.

4.2. Op langere termijn: helpen hun vermogens uit te breiden
Helpen beter zelfstandig de opdracht van de docent uit te kunnen voeren, helpen beter zelfstandig te kunnen structureren, helpen het abstractievermogen te vergroten.

Doelen
Het is voor u en voor hen zelf belangrijk dat de leerlingen weten wat ze willen; er is vaak veel ambivalentie bij het huiswerk maken en bij hun gedrag in de klas: ze doen alsof ze uw opdrachten willen uitvoeren, maar eigenlijk willen ze kalm aan doen en plezier maken. Als u ze zo ver kunt krijgen dat ze kiezen is er een hoop gewonnen: duidelijke doelen zijn belangrijk voor het accepteren en structureren van opdrachten.
Gesprekken hierover met leerlingen zijn niet gemakkelijk; zie (1) en (2).

Structureren
Structuur brengen in wat de docent zegt is van een ander allooi dan structureren van een wiskundeprobleem of van een klassesituatie. Leren structureren begint dus in zulke concrete probleemsituaties. We zullen eens wat de revue laten passeren.

a. Structureren van de klassesituatie
Structureren gaat uit van een doel en leidt tot een gedrag. Leerlingen die zich niet goed gedragen in de klas kunt u een en andermaal tot de orde roepen, maar u kunt niet aan de gang blijven. Een gesprek over de bedoeling, over wat daaraan bijdraagt en hoe, is dan zeker op zijn plaats. Wanneer u de leerlingen actief laat meedenken over zo'n analyse van de situatie en hen keuzes laat maken, kunnen ze het de volgende keer beter zelf, en zijn ze op hun keuzes aanspreekbaar. Zie weer (2).

b. Structureren van een wiskundeprobleem

Deze opgave staat in *§ 4.5 Handig rekenen van Getal en ruimte 1mhv1*

Opgave

Mia werkt op zaterdag bij een drogist. Op een keer komt haar wiskundeleraar meneer Van Meeteren in de winkel. Hij koopt een toilettas van *f* 14,95, scheerzeep van *f* 6,75 en scheermesjes van *f* 3,25. Mia slaat de bedragen op de kassa aan, maar meneer Van Meeteren heeft al een briefje van 25 gulden neergelegd en zegt dat hij nog een stuiver terugkrijgt.
'Ja hoor', zegt Mia, 'daar moet je wiskundeleraar voor zijn! Ik zie me al uit m'n hoofd optellen 14,95 en dan 6,75 erbij en dan nog eens . . .'.
'Nee Mia, dat kan jij ook. Als je het maar handig aanpakt!'
Hoe heeft meneer Van Meeteren het handig opgeteld?



Handig optellen gaat soms sneller dan intikken op de kassa.

De bedoeling is een handiger manier van rekenen te vinden dan de getallen in gedachten onder elkaar te zetten en op te tellen.
Wat is daarvoor nodig? Uit het verhaal alleen maar dat *f* 14,95 + *f* 6,75 + *f* 3,25 op een stuiver na *f* 25,– is; en verder de vaardigheid van geldrekenen. Is het verhaal dan alleen maar flauwekul? Nee, het verhaal maakt dat de optelling gaat leven, de leerlingen voelen zich uitgedaagd en door het concrete verhaal leggen ze gemakkelijker verband met wat al eerder geleerd is.

Wat kan een leerling doen om het doel te bereiken? Het is handig om de getallen uit het verhaal apart op te schrijven en eens aan te zien.
f 14,95 is op een stuiver na vijftien gulden. Oh, zijn dan die andere twee samen een tientje? Ja, het kwartje van de *f* 3,25 maakt van de *f* 6,75 zeven gulden en drie plus zeven is tien. Klaar.

Hoe kun je leerlingen helpen dit te leren? Een aantal mogelijkheden:
– Doe het als docent zelf regelmatig hardop voor.
– Doe het klassikaal in een onderwijsleergesprek.
– Moedig leerlingen aan maar eens wat te proberen, beloon dat ook.
– Laat de leerlingen er een gewoonte van maken, de zaken die waarschijnlijk belangrijk zijn voor het bereiken van het doel, apart op te schrijven.
– Geef realistische opgaven die te doen zijn, en ook regelmatig opgaven die iets verder reiken.
– Moedig leerlingen aan zelf voor een goede illustratie te zorgen: een situatieschets, een grafiekje, of met concreet materiaal; in het voorbeeld hierboven de bedragen met echt geld neerleggen, of het geld tekenen, of op een getallenlijn afzetten.
– Wen de leerlingen er aan terug te kijken op hoe het gegaan is.

Belangrijk is dat de leerlingen over 'middelen' beschikken: een verhoudingstabel of de stelling van Pythagoras bedenken ze niet zelf. Die middelen moeten bruikbaar zijn. Theorieën die in de lucht hangen, die geen verbinding hebben met de werkelijkheid van de leerling, zijn niet beschikbaar bij het verder leren.

c. Structureren van het werk
Een niveau hoger dan het structureren van het probleem. Hoe kun je leerlingen van hun trial & error gewoonte afhelpen? Ze moeten zich af gaan vragen: Wat kan ik nu het beste doen? Weer een aantal punten.
– Het allerbelangrijkste is dat er opgaven zijn waardoor de leerlingen ervaren dat plannen de moeite loont.
Een blad met rekensommen bijvoorbeeld; makkelijk en moeilijk door elkaar, de makkelijke kunnen ze uit het hoofd, de moeilijke op de rekenmachine. En dan een snelheidstest: wie heeft in 5 minuten de meeste sommen goed?

●

– Geef ook andere opgaven waarbij duidelijk alternatieve werkwijzen worden aangegeven waaruit de leerlingen moeten kiezen.
– Bespreek vooraf hoe ze een bepaalde opgave aan zouden kunnen pakken.
– Bespreek achteraf verschillende mogelijkheden en vraag welke zij de handigste vinden.
– Maak er een gewoonte van dat leerlingen bij hun oplossing ook de werkwijze vermelden.

d. Structureren van de taal
Veel zwakke leerlingen hebben leesproblemen. In de praktijk blijkt echter dat eenvoudige teksten niet zo problematisch zijn. Niet te lange zinnen, oppassen met bijzinnen, onderwerp en gezegde niet te ver uit elkaar, en dergelijke. Voorzichtig met synoniemen, wiskundige termen, verwijswoorden ('*Dat* heb ik ook al gezegd!', *wat* heeft u ook al gezegd?), en andere moeilijke woorden. Actietaal, niet te compact en niet te veel omhaal van woorden, geen impliciete of afleidende informatie, niet te grote denkstappen.

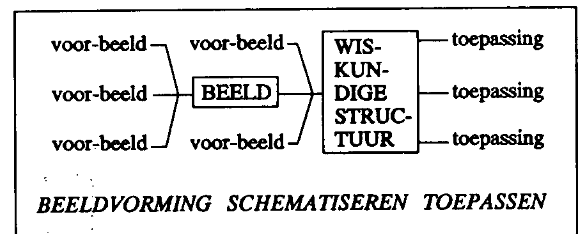
Het is in de eerste plaats van belang dat u zelf duidelijk bent en de bovengenoemde valkuilen kunt ontwijken. Spreek daarbij niet te lang achtereen en zorg steeds voor goede vragen tussendoor om te controleren of de leerlingen nog mee kunnen.

Van tijd tot tijd zijn er moeilijkheden in de teksten die de leerlingen gebruiken, dat is onvermijdelijk. Hopelijk kunt u die signaleren vóór de leerlingen ermee aan de slag gaan. U zult dan een beslissing moeten nemen over hoe er mee om te gaan in de klas.

Een rijtje tips voor het werken met leerlingen die taalproblemen hebben.
– Ga met de klas na wat belangrijk is en wat niet, en laat zien waar ze dat uit kunnen opmaken.
– Leg verbinding tussen wat u zegt en wat in het boek staat, concreet met waar dat precies staat.
– Gebruik ook zelf synoniemen en zeg erbij dat dat hetzelfde is.
– Lees lastige passages klassikaal en zorg in een onderwijsleergesprek dat ze duidelijk worden.
Daarbij kunnen de volgende punten aan de orde komen (niet allemaal in één gesprek!).
- Lees het nog een keer als je het niet snapt.
- Waar gaat dit over?
- Heb je daar wel eens van gehoord?
- Wat zijn belangrijke woorden/zinnen/alinea's?
- Een woord dat je niet snapt kun je misschien raden of opzoeken.
- Zeg eens met je eigen woorden wat hier staat.
- Als je iets niet goed begrijpt dan toch wel een beetje; probeer dan eens aan te vullen: 'Ik denk dat de schrijver bedoelt . . .'.
- Bedenk een proefwerkvraag die bij dit stukje past.

Het gaat er steeds om dat de leerlingen van u of van elkaar genoeg voorbeelden krijgen èn dat ze zelf ook genoeg oefenen. Een of twee keer zo'n gesprek is beslist onvoldoende, het zal regelmatig terug moeten keren.

Abstraheren
Bij leren door voorbeelden is de abstractie een belangrijk aspect op weg naar het leren van wiskundige structuren.



Voor alle duidelijkheid geef ik nog eens aan hoe dergelijke wiskundige structuren worden geleerd. Het begint met een aantal voorbeelden, daaruit vormen de leerlingen zich een beeld van wat die voorbeelden willen zeggen. Dat beeld wordt daarna steeds verder geschematiseerd: meer details, en verkorte en abstractere werk- en schrijfwijzen (progressieve schematisering).

Abstraheren is de afsluiting van de beeldvorming; abstraheren is ook belangrijk bij de progressieve schematisering. Bij het toepassen is het nauw verwante concretiseren nodig. Op die punten zult u uw hulp dus moeten richten. Hoe?

– Een duidelijke structuur in de voorbeelden maakt het de leerlingen beter mogelijk de overeenkomsten te zien.
– Het heeft weinig zin het abstracte resultaat voor te zeggen (je kunt beneden nul gewoon doortellen). Wel kunt u expliciteren dat temperaturen net zo om 0° kunnen schommelen als het bodempeil om het zeeniveau, en dat bij banksaldi eigenlijk hetzelfde te zien is.
– Wissel abstraheren af met concretiseren: Maak nu zelf eens een paar opgaven met geld, en met temperatuur, met negatieve getallen.
– Het is nodig dat de leerlingen zelf actief met de abstractie bezig zijn. Bijvoorbeeld door uw vraag: Waar gaat deze paragraaf eigenlijk over, en wat leer je daarvan? Leerlingen die grafieken alleen zien als illustratie bij een fietstochtje of een prijsvergelijkingsprobleem, zijn nog niet zo ver als leerlingen die grafieken kunnen beschouwen als visualisering van een wiskundige structuur.
– Als de leerlingen alleen uit gemakzucht gaan verkorten, snappen ze niet meer wat ze doen, ze slaan als het ware de abstractie over en leren een maniertje. Laat ze het vaak genoeg uitgebreid doen en laat ze verantwoorden wat ze doen; een goed antwoord is geen garantie voor een goed begrip of een goede werkwijze.

Een duidelijke illustratie is wat leerlingen doen bij ordeproblemen: ze letten niet zozeer op uw woorden (uw abstractie) maar op uw daden; dat zijn de voorbeelden waaruit zij hun beeld abstraheren van wat u eist.

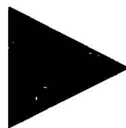
Zelfsturing

De vraag is hoe je leerlingen kunt helpen, hun speelse ik opzij te zetten en opdrachten van de docent te accepteren. Ik denk dat dit een erg moeilijke opgave is. Het is heel belangrijk de leerlingen niet te overvragen, want dan vervallen ze wellicht in slaafs gedrag. Een geleidelijke ontwikkeling van speels naar verantwoordelijk vraagt ruimte voor de leerlingen voor eigen initiatieven, maar stelt ook eisen ten aanzien van het werk dat gedaan moet worden. Het is ook nodig nauw aan te sluiten bij de bezigheden die ze wel voor zichzelf bedenken. Klein beginnen en langzaam laten groeien.

Noten

* Het eerste deel van dit artikel stond in Euclides 69-1.
(1) Bram Lagerwerf, *Samenwerken in de klas*, Euclides 68-7.
(2) Bram Lagerwerf, *Een leraar van klasse*, Swets & Zeitlinger, Lisse 1987.

In de Samenwerkingsgroep Wiskunde 12-16, SW12-16, werkt een aantal instanties samen aan de invoering van de nieuwe programma's: De lerarenopleidingen, de proefscholen, de Stichting Leerplan-Ontwikkeling SLO, het Freudenthal instituut en het Centraal Instituut voor Toets-Ontwikkeling Cito; de coördinatie berust bij het Algemeen Pedagogisch Studiecentrum APS, daar is ook de informatie-telefoon 020 - 5 48 17 66.



Mededeling

De laatste stelling van Fermat
Studiedag aan de Universiteit Utrecht
zaterdag 6 november 1993

Afgelopen juli vond er een voor de wiskunde opmerkelijke gebeurtenis plaats: Andrew Wiles, Brits wiskundige en hoogleraar in Princeton, leverde het bewijs voor een stelling die al meer dan 350 jaar geleden geformuleerd werd en bekend staat als 'de laatste stelling van Fermat'. Ondanks niet aflatende inspanningen van vele wiskundigen sinds de tijd van Fermat was het bewijs tot nog toe niet gereconstrueerd.
Dit historische moment voor de wiskunde is de aanleiding voor de vakgroep Wiskunde van de Universiteit Utrecht om, in samenwerking met het Wiskundig Genootschap, over 'De laatste stelling van Fermat' een studiedag te organiseren op zaterdag 6 november 1993. Daarop zullen zowel de geschiedenis rondom de 'Laatste stelling van Fermat' als recente wiskundige ontwikkelingen aan de orde komen.

De dag is bedoeld voor iedereen met belangstelling voor wiskunde. Speciaal docenten en hun leerlingen worden uitgenodigd. Er wordt een programma aangeboden op twee niveaus: ingangsniveau 5 vwo-wiskunde en ingangsniveau doctoraal-wiskunde. De dag is gratis. Voor meer informatie en aanmelding kunt u bellen met Universiteit Utrecht, vakgroep Wiskunde, tel. 030-531430, dagelijks tussen 9 en 12 uur.,

Mededelingen

Wiskunde A-lympiade

Afgelopen schooljaar is voor de derde keer een landelijke Wiskunde A-lympiade georganiseerd. Aan de voorronde namen 49 scholen met 129 teams deel. Zij werkten één dag aan een open opdracht, waarna per school één of twee werkstukken mochten worden ingezonden. Twaalf teams gingen door naar de anderhalve dag durende finale die werd gehouden in een bungalowpark in Garderen.
Ook het komende cursusjaar (1993/1994) zal er weer een A-lympiade gehouden worden. Er zullen twee rondes zijn. De voorronde zal plaatsvinden op 10 of 11 december 1993 (dit naar keuze van de school), en de finale op 11 en 12 maart 1994. De enige voorwaarde voor deelname is dat er door een school één of meer teams van 4 leerlingen uit 5 of 6 vwo, die wiskunde A in hun pakket hebben, geformeerd worden, en dat er een docent beschikbaar is, die als contactpersoon optreedt. (Eventueel mogen er ook havo-leerlingen met Wiskunde A in hun pakket meedoen, maar de opgave zal uitgaan van vwo-niveau.) De docent zal ook ingeschakeld worden bij de selectie van de teams die naar de finale doorgaan. Er zijn voor de deelnemende teams geen kosten verbonden aan het meedoen.
Begin oktober hebben alle (vwo) scholen bericht ontvangen, waarna zij zich konden aanmelden.
Voor meer informatie kunt U zich wenden tot het Freudenthal instituut, 030-61 16 11 (Heleen Verhage of Jan de Lange).

Toegepaste wiskunde



Het Instituut Wiskundige Dienstverlening Eindhoven (IWDE) en de Stichting Postacademisch Onderwijs Natuurwetenschappen (PAON) organiseren in het komende najaar **cursussen** op het gebied van de **toegepaste wiskunde**.

Asymptotische methoden en industriële toepassingen
4-daagse cursus, november 1993, Eindhoven
De cursus is bestemd voor hen die bij het opstellen en analyseren van mathematische modellen, de fysische en wiskundige basis willen verdiepen met behulp van asymptotische methoden.
Als voorkennis wordt enige toegepaste wiskunde (analyse, elementaire vectorrekening), en enige basisbegrippen uit mechanica, stromingsleer en elasticiteit verlangd.

Environmental modelling
5-daagse cursus, 13-17 december 1993, Eindhoven
De cursus is bestemd voor hen die bij het opstellen en analyseren van (mathematische) milieumodellen, de fysische en wiskundige basis willen verdiepen.
Als voorkennis wordt enige toegepaste wiskunde (analyseren, elementaire vectorrekening), en enige basisbegrippen uit warmte- en stromingsleer verlangd.

Belangstelling?
Wanneer u belangstelling heeft voor deze cursussen, kunt u een antwoordformulier aanvragen bij PAO-Natuurwetenschappen, Antwoordnummer 10494, 2300 WB Leiden (fax 071-226549).

Centrum vrouwen en exacte vakken

Waarom profiteren meisjes zo weinig van het onderwijs in exacte vakken?

De werkgroepen *'Vrouwen & Wiskunde'* en *'Vrouwen & Natuurwetenschappen'* houden zich beide al een aantal jaren bezig met het bevorderen van de deelname van meisjes aan de exacte vakken in het voortgezet onderwijs. De werkgroepen zetten zich stevig af tegen het aloude beeld van exacte vakken, waarin voor vrouwen weinig plaats lijkt te zijn. In de afgelopen jaren is er een scala aan activiteiten ontwikkeld waarmee de werkgroepen zich een positie hebben verworven binnen het onderwijsveld. Daarnaast vervullen de werkgroepen ook een netwerkfunctie voor haar leden, voornamelijk onderwijsgevenden en onderzoekers.
De jarenlange steeds inniger samenwerking tussen beide groepen heeft nu geleid tot een gezamenlijke stichting **'VROUWEN EN EXACTE VAKKEN.'**
Het bureau/documentatiecentrum van de stichting zal op 5 november a.s. van 15.00 tot 16.30 uur feestelijk geopend worden. Het thema tijdens de opening is beroepenoriëntatie. Want, waarom zou je wiskunde kiezen in je eindexamenpakket? Omdat je het een leuk vak vindt, omdat het nuttig is voor later, of vanwege die aardige docent? In elk geval kom je wiskunde in heel veel beroepen tegen. Ook in beroepen waarvan je het in eerste instantie niet zo verwacht. Ter gelegenheid van de opening van het Centrum wordt de bundel *'Wiskunde en werk'* gepresenteerd.
Het is niet toevallig dat juist de werkgroep 'Vrouwen en Wiskunde' deze bundel heeft samengesteld. Om allerlei redenen kiezen meisjes minder vaak wiskunde in hun pakket dan jongens. In het algemeen hebben meisjes een minder helder toekomstbeeld dan jongens en zijn zij minder gericht op een toekomstig beroep of carrière. Toen de werkgroep in 1992 haar tweede lustrum vierde kwam dan ook al snel het thema 'Vrouwen gebruiken wiskunde in hun werk' naar boven. Zij nodigde veertien vrouwen uit om in een workshop zichtbaar te maken welke rol wiskunde speelt in hun dagelijkse werkzaamheden. Het materiaal van deze workshops is naderhand verder uitgewerkt, met de bundel 'Wiskunde en werk' als resultaat.
Tijdens de opening zal daarnaast op speelse wijze duidelijk worden dat 'vrouwen' en 'exacte vakken' wèl samengaan.
Voor nadere informatie kunt u zich in verbinding stellen met:
Centrum Vrouwen en exacte vakken,
Postbus 85475, 3508 AL Utrecht; Zwarte Woud 2, 3521 SJ Utrecht; telefoon 030-856746, fax 030-882499.

• Verenigingsnieuws •

▶ Verslag van het verenigingsjaar 1 augustus 1992-31 juli 1993

Het bestuur was dit jaar als volgt samengesteld: voorzitter dr. J. van Lint, secretaris drs. J. W. Maassen, penningmeester drs. S. Garst, overige leden mevr. A. F. S. Aukema-Schepel, J. J. Breeman, mevr. H. Goemans-Wallis, C. Th. J. Hoogsteder, mevr. drs. M. Kollenveld, F. J. Mahieu.

Op 30 november overleed prof. dr. O. Bottema. Hij was van 1937 tot 1941 penningmeester en sinds 28 december 1961 erelid van de vereniging.

Op zaterdag 7 november werd de jaarvergadering gehouden te Bilthoven. Deze jaarvergadering werd gecombineerd met een studiedag waarvan het thema was: 'Taal bij het wiskundeonderwijs'. De aanwezigen op de studiedag konden deelnemen aan één of meer van de volgende werkgroepen:
* Contexten in de onderbouw mavo/vbo, * Taal en context in realistisch reken-wiskundeonderwijs op de basisschool, * Contexten in de bovenbouw havo en vwo; conflict tussen wiskundetaal en informele taal?, * Grafiekentaal, * Taal bij ruimtemeetkunde, * Praten over kijken, * Taal en teken, * Nomenclatuur in het nieuwe leerplan, * 'Allochtoon rekenen': in het Nederlands, op z'n Nederlands, * Dyslexie, * Situatietaal en formele taal, * Het is maar hoe je het zegt, * Optimaliseren met de graphic calculator, * Ruimtemeetkunde met behulp van CD-I, * Taal bij de zakrekenmachine.
Centrale lezingen werden gehouden door Fred Weerman ('Taalontwikkeling en taalbeheersing') en Joop van Dormolen ('Overdrachtelijke taal').

Op 18, 23 en 25 maart zijn door de vereniging in Amsterdam, Zwolle en Eindhoven regionale bijeenkomsten georganiseerd in samenwerking met de NVORWO (de Nederlandse Vereniging tot Ontwikkeling van het Reken- en Wiskunde Onderwijs), het Freudenthal instituut, prof. dr. F. H. Simons en medewerkers, een groepering van hbo-docenten, de didactiekcommissie van de NVvW en de Werkgroep Vrouwen en Wiskunde. Alle deelnemers konden twee workshops kiezen uit * rekenactiviteiten, * grafische zakrekenmachines, * computeralgebra, * deficiëntietoets wiskunde in het hbo, * zakrekenmachines in de basisvorming en * kiezen (g)een probleem?

De eindexamenbesprekingen waren dit jaar op 15 mei voor wiskunde A havo in 9 plaatsen, op 21 mei voor wiskunde A vwo in 9 plaatsen, op 26 mei voor vbo/mavo C en D in 7 plaatsen en op 29 mei voor wiskunde B vwo in 8 plaatsen en voor wiskunde B havo in 9 plaatsen.
Met de meningen van de docenten, zoals die uit de verslagen blijken, is bij de cesuurbepaling terdege rekening gehouden. In Euclides (68-3, november 1992) verscheen een samenvatting van de examenbesprekingen vwo en havo 1992.

Tijdens de jaarvergadering is besloten het 'Fonds Eigen Publikaties' – in 1956 op initiatief van dr. P. G. J. Vredenduin ingesteld – voortaan 'Vredenduinfonds' te noemen. Acht leden van de vereniging hebben in augustus met steun uit dit fonds het zevende ICME-congres te Québec bijgewoond.

In september heeft de Commissie Ontwikkeling Wiskundeonderwijs, de COW, aan de staatssecretaris haar eindadvies uitgebracht betreffende een nieuw examenprogramma wiskunde voor mavo/vbo en nieuwe leerplannen voor mavo/vbo en onderbouw havo en vwo. In december heeft het bestuur een advies over het examenprogramma aan de staatssecretaris gezonden. Dit advies is in Euclides (68-6, februari 1993) opgenomen.

Daar de in 1975, 1977 en 1979 door de vereniging uitgegeven publikaties 'Vaardigheden', 'Handelen om te begrijpen' en 'Instappen en toepassen' – geschreven door Joop van Dormolen en Bert Zwaneveld, in samenwerking met de didactiekcommissie – nog steeds een belangrijke bron van inspiratie zijn bij de invoering van het nieuwe leerplan, heeft de vereniging in september deze drie brochures – in één bundel – opnieuw uitgegeven.

Bij de SLO is per januari 1993 het mede door de NVvW aangevraagde SLO-project wiskunde (i)vbo van start gegaan. In een resonansgroep bij dit project nemen namens de NVvW deel: mevr. H. Goemans-Wallis en de heer R. Jongeling.
Samen met de NVORWO heeft de NVvW ook bij de SVO onderzoeksvragen ingediend. Deze hebben onder andere betrekking op het nieuwe programma en de nieuwe examens, alsmede op contextrijke wiskunde.
In mei en juni heeft het bestuur, samen met het bestuur van de NVORWO en leden van de voormalige COW gesprekken met de 'Revisiecommissie Examenprogramma's Algemene Eindexamenvakken mavo en vbo' gehad om de door deze commissie gereviseerde COW-tekst – die volgens haar dezelfde opbouw moest krijgen als de examenprogramma's van de andere vakken – zó bij te stellen dat de geest van het COW-voorstel behouden blijft.

Om de docenten te ondersteunen bij de invoering van de veranderingen in de leerstof en de lespraktijk is een Samenwerkingsgroep Wiskunde 12-16 (SW12-16) binnen het APS opgericht. Het bestuur houdt met deze groep nauwe contacten.

Ondanks de pogingen om de belangstelling voor de leesportefeuille te doen stijgen, is dit niet gelukt. Het bestuur heeft daarom helaas gemeend deze dienstverlening aan de leden te moeten beëindigen.

De nomenclatuurcommissie vbo/mavo C/D, onder leiding van F. J. Mahieu, heeft in maart een eindverslag uitgebracht.

Gedurende het gehele verenigingsjaar hebben veel gesprekken tussen het bestuur van de vereniging en de redactie en de uitgever van Euclides plaats gevonden.

Dit resulteerde in een nieuw redactiestatuut, terwijl met Wolters-Noordhoff (WN) is overeengekomen dat de vereniging per 1 augustus 1993 het eigendomsrecht van Euclides overneemt. WN blijft in de eerstkomende jaren het drukken en verzenden verzorgen.

De voor de tweede maal in samenwerking met de NVORWO uitgeschreven didactiekprijsvraag heeft helaas slechts één inzending opgeleverd.

Dit jaar verscheen van het ministerie een nieuw eindexamenprogramma wiskunde A vwo, dat voor het eerst in werking treedt bij het eindexamen 1995. Hierin is rekening gehouden met het door de vereniging opgestelde advies, zoals dat ook in Euclides 67-4 van december 1991 is opgenomen.
In mei is, mede op verzoek van de vereniging, door de staatssecretaris een Studiecommissie wiskunde B vwo ingesteld (zie ook Euclides 68-8, mei 1993).
Op verzoek van het ministerie heeft het bestuur dit jaar ook een commentaar op het rapport 'Wiskunde in beweging' van de Verkenningscommissie Wiskunde geleverd.

De werkgroep Vrouwen en Wiskunde hield dit jaar op 10 oktober en 24 april haar landelijke studiedagen.
Zij werkt nauw samen met de werkgroep Vrouwen en Natuurwetenschappen in de Stichting Vrouwen en Exacte Vakken, die een eigen centrum kreeg dat is gevestigd bij het APS. De archieven en documentatie van de beide werkgroepen zijn hierheen overgebracht.
Beide werkgroepen blijven wel voortbestaan als onderdeel van respectievelijk de NVvW en de NVON (Nederlandse Vereniging voor het onderwijs in de natuurwetenschappen) en behouden hun specifieke activiteiten.

Vertegenwoordigers van de Bèta Federatie – de federatie van Nederlandse Natuurwetenschappelijke Beroepsverenigingen – waarbij ook de NVvW is aangesloten, hebben in mei diverse gesprekken op het ministerie van Onderwijs en Wetenschappen gehad. In een van deze gesprekken is onder andere ingegaan op de te verwachten tekorten aan docenten in de exacte vakken in het secundair onderwijs, de vakkenpakketkeuze in het vwo en de nota Profiel tweede fase voortgezet onderwijs.

Dit jaar hebben diverse bijeenkomsten van de VVVO, het Platform van Vakinhoudelijke Verenigingen in het Voortgezet Onderwijs, plaats gevonden. Binnen dit platform werken de vakinhoudelijke verenigingen samen om gezamenlijk regelmatig met het ministerie te overleggen.

Door contacten met de importeur van de TI-81 en TI-85, grafische zakrekenmachines, heeft het bestuur het mogelijk gemaakt dat leden van de vereniging voor tijdelijk *ƒ*140,– resp. *ƒ*250,– in het bezit konden komen van deze TI-81 resp. TI-85.

Het bestuur vergaderde dit jaar veertien maal, waarvan éénmaal met de inspecteur dr. J. Nijenhuis.

Naast deze vergaderingen waren er diverse bijeenkomsten van subgroepen uit het bestuur en van bestuursleden met onder andere de redactie van Euclides, Wolters-Noordhoff, de Werkgroep Vrouwen en Wiskunde, de NVORWO, de afgevaardigden van de vereniging in de COW, de Samenwerkingsgroep Wiskunde 12-16, en de VALO-wiskunde.

Jaarvergadering/ Studiedag 1993

Op zaterdag **13 november 1993** wordt de jaarvergadering/studiedag van de NVvW gehouden in Het Nieuwe Lyceum, Jan Steenlaan 38, Bilthoven.
Het thema van de studiedag is:
De basis gevormd...en dan?

Informatie over deze dag en de wijze van aanmelden vindt u in Euclides 69-1 op de bladzijden 28 t/m 32.
Telefonische informatie: 076-653218.

Adressen van auteurs

G. H. Dekker, Grote Molensteeg 1, 1135 XL Edam
M. van Hoorn, Noordersingel 12, 9901 BP Appingedam
H. Jie-A-Joen e.a., TUD, vakgroep techn. wisk. en inf., Postbus 356, 2600 AJ Delft
A. Lagerwerf, Dwarsweg 52, 3702 XC Zeist
Zs. Ruttkay, B. van Beeklaan 15, 1241 AC Kortenhoef
H. N. Schuring e.a., Cito, Postbus 1034, 6801 MG Arnhem
M. Wijers, Freudenthal instituut, Tiberdreef 4, 3561 GG Utrecht

Kalender

3 november 1993: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
13 november 1993: Bilthoven, Jaarvergadering/Studiedag NVvW; zie blz. 28 t/m 32 van Euclides 69-1.
17 november 1993: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.

Inhoud